

DE SUPERFICIERUM
www.libtool.com.cn
DIUISIONIBUS LIBER
MACHOMETO
BAGDEDINO
ASCRIPTUS ... NUNC...

Muhammad : al-Baghdadi, Federico
Commandino, John Dee



3

DE SUPERFICIERVM
DIVISIONIBVS LIBER
MACHOMETO BAGDEDINO
A S C R I P T V S

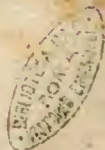
N V N C P R I M V M I O A N N I S D E E
*Londinensis, & Federici Commandini Vrbinatis
opera in lucem editus.*

F E D E R I C I C O M M A N D I N I D E
E A D E M R E L I B E L L V S .



P I S A V R I M D L X X .
A p u d H i e r o n y m u m C o n c o r d i a m

L i c e n t i a S u p e r i o r u m .



THE SYNERGISTIC
INSTITUTIONS
MACHINERY TO SUCCEED

www.libtool.com.cn

THE SYNERGISTIC
INSTITUTIONS
MACHINERY TO SUCCEED

THE SYNERGISTIC
INSTITUTIONS
MACHINERY TO SUCCEED

THE SYNERGISTIC
INSTITUTIONS
MACHINERY TO SUCCEED

THE SYNERGISTIC
INSTITUTIONS
MACHINERY TO SUCCEED



ILLVSTRISSIMO,

ATQVE EXCELLENTISSIMO

FRANCISCO MARIAE II

VRBINATVM PRINCIPI.



VM Ioannes Dee Londinen-
sis vir præstanti ingenio, at-
que eruditione singulari, IL-
LUSTRISSIME PRINCEPS,
libellum hûc de superficierum
diuisionibus mihi discedens
amoris erga me sui testem re-
linqueret, addidit nihil gra-
tius à me sibi posse continge-
re, quàm si mea opera in ma-
nus studioforum, præsertim mathematices perueniret.
Itaque ego & honestissima amici hominis, ac doctissi-
mi voluntate commotus, & mira libelli vtilitate alle-
ctus, quòd nihil tale apud nos extare cognoscerem, li-
bentissime nunc illius desiderio satisfacere studui; at-
que, vti me rogarat, non sum passus tractationẽ hanc
in pentagonali diuisione cõsistere; quæ enim libelli au-

Et multis problematibus longe, lateque cōplexus
est, ego duobus tantum omnia breuiter, summam-
que perstrinxi, ita tamen vt ex iis perspicue appareat
quo modo sectiones illæ in aliis figuris infinite produ-
ci possint. qua quidem re, ni fallor, admodum fructuo-
sa, & amico roganti sum obsecutus, & eorum studia
promoueri, qui præclarissimo hoc disciplinarum genere
delectantur. etenim haud facile dici potest, quantū præ-
sidii, atque ornamenti futuro geometræ facultas hæc sit
allatura, modo diligentem in ea operā ponere nō recu-
sarit. Hunc igitur cōmunis industriæ fructū, quicumque
est, tuo præstantissimo nomine insignitum in lucem
prodire volui, dum longe maiora obseruantia in te
meæ monimenta tibi diligenter exorno, tum q̃ tuæ li-
beralitati, cui plurimum debeo, studium omne meū
dicaui, tum etiam q̃ Dee ipsi, qui Illustrissima vestræ
aulæ fama compulsus maximā itinerum difficultate su-
perata sese huc contulit, gratissimum id fore sum arbi-
tratus. Vale ac litteras, & litterarum amatores, quod
facis, benigne tuere, ac fove.

Federicus Commandinus.

FEDERICO COMMANDINO

VRBINA TI.

IOANNES DEE LONDINENSIS.

www.libtool.com.cn



IHI permultos iam annos in hoc maxime incumbenti, doctissime mi Federice, vt maiorum nostrorum praeclarissima (quam plurima possem) monumenta, in omni politioris philosophiae genere conscripta ab interitu vindicarem, ne vel tanti viri iusta sua spoliarentur gloria, uel nos talium librorum amplissimis diutius careremus fructibus. Mibi inquam, operam ita collocanti inter cetera antiquissima philosophorum scripta, occurrit tandem hic libellus, charactere quidem scriptus de formi nimis, et ob ipsam etiam vetustatis iniuriam vix legibili. At oculos vt videre effeci lynceos: & frequenti meditatione, vsuq; lectionis sum consecutus facilitatem. Vnde de libri excellentia, ac dignitate hoc modo factus certior, eundem statim philosophantium communicari studiis vehementer optabam. quod dum mente verso, tu mi Comadine hac nostra aetate, ante alios omnes mihi visus es dignus, qui nostris talibus fruereris laboribus; qui ipse quoque Archimedis, & Ptolemai opera quaedam excellentissima, quasi iam pereuntia in vitam reuocasti: & in publicum hominum conspectum habitu produxisti honorificentissimo. Hunc ergo libellum ego, velut amoris etiam, quo te amplector, summi pignus, sempiternum, tibi, tuaq; fidei concredito: & oro, atq; obsecro, vt quo soles ornatu ceteros emittere. hunc

hunc nostram communem laborem non patiaris destitutum pro-
dire. Immo spero certe, si te satis noui, tuosq; conatus, quod
materiam hanc aliquanto ita locupletabis, ut nec in pētagona
li conquescere area permittas; nec ipsa solida similibus per
plana diu carere patiaris sectionibus. Per se quidem hæc, si uel
paululum ipse uelis impellere, progredientur ad reliquas su-
perficierum species. At uero ut ad solida applicentur, solidā
tuam in mathematicis eruditionem, industriamq; non vulga-
rem requirent. De auctoris nomine hoc scias uelim in ipso,
unde descripsi uetustissimo exemplari, MACHOMETI
BAGDEDINI, litteris (ut uocant) Ziphratis, ascrip-
tum fuisse nomen, qui an fuerit ille Albategnius, quem sepe ut
testem grauissimum in astronomiis citare solet Copernicus,
uel Machometus ille, qui AlKindi dicitur fuisse discipulus, et
de arte demonstrandi aliquid litteris mandasse memoratur, nō
dum mihi satis est exploratum; an potius Euclidis nostri Me-
garensis, cuius omnes libri ex Græca in syriacam, arabicamq;
fuerunt iam olim conuersi linguam, hic censendus sit liber.
Vnde titulo apud arabes, syrosue aliquando repertus caruisse
suo, facile ab amanuensibus, mathematico inter illos præstan-
tissimo Machometo est ascriptus. Quod ego in multis antiquo-
rum monumentis fastidiatū, multis probare possum testimoniis:
& nouerunt amici quidam mei, ut ex multis unum in medium
adducam, quod nos hac ratione Anaxagoræ illius antiquissimi
philosophi, & præstantissimi libellum unum in philosophia oc-
culta, mysticaq; incomparabilem, Aristotelis ubique nomine
per multa iam secula insignitum, ipsi Anaxagoræ restitui-
mus: idq; argumentis certissimis nullius etiam Machometi tantum
in mathematicis acumen adhuc perspicere ex eorum, que ha-
bemus, monumentis, potuimus, quantum in his ubique elucet
problematis. Adde quod & ipsemet euclides librum unum
περί διουρίων, idest de diuisionibus scripserit, ut ex Pro-
cli in eius Elementorum primum commentariis perspicuum es-
se potest: nullum autem, qui sub hoc titulo extet, alium noui-
mus,

mus, nec qui iure meliori propter tractandi excellentiam, Euclidis ascribi queat, inuenire possumus ullum. Denique in antiquissimo quodam geometrici negotii fragmento memini me expressis verbis ex hoc libello locum citatum legisse, veluti ex Euclidis certissimo opere. Has igitur nostras coniecturas sic breuiter pro tempore perstrinximus, quis tantum habere ponderis cupio, quantum in se veritatis complectuntur. Et si quis urgere me velit, illum de diuisionibus titulum non magnitudinum in suas partes notare sectiones, sed generum per differentias in species diuisiones, veluti punctorum, linearum, angulorum, figurarum, & similium diuisiones methodicas, quales nos plures, quam quingentas in nostro de acrobologia mathematica, demonstrato opere exhibuimus. fateor quidem ego probabiliter & hoc dici posse, sed quam vere tamen, nondum mihi constare magis, quam illi de nostra liquet coniectura. At qualiscunque ille de diuisionibus Euclidis fuerit, hic profecto talis est liber, qui & multorum studiis sit utilissimus: & qui nobilissimo cuicunque antiquo mathematico honoris satis, & glorie reportare possit, propter inuentionis excellentissimum acumen, & accuratissimam omnium casuum in vnoquoque problemate ventilationem. Atque hæc hætenus. Ad te iam meam conuertam orationem, qui hoc mihi summo opere orandus venis ut maximos, vtilissimosque tuos labores, quos heri humanissime mihi in Museo tuo videndos exhibuisti, quanta possis maxima promoueas diligentia. Sic enim ad nominis tui perpetuandam celebritatem, viam sternes amplissimam, qui tam paucis annis, tam bene, tam nitide, et tam multos proprios emiseras libros: qui excellentissimos mathematicorum Principes, Archimedem, Apollonium, & Ptolomæum solus nostra ætate suo singulos ornaris splendore debito. Sic studiis mathematicis quasi languentibus nouam, & mirabilem restituas alacritatem: sic denique me multis in modis tibi obligatissimum totum efficies tuum. Huius autem libelli, quamprimum typis excusus fuerit, vnum alterumque; exemplar ad nobilissimum virum, omniumque bonis-

rum artium, & mathematicarum præcipue patronum singula
rem D Gulielmum PyKeringum Equitem auratum, & ami-
cum meum summum, londini in anglia agentem, transmittas
oro. Tunc enim ad nostram commodissime transferretur biblio-
thecam. Iam conficiendi itineris ratio me auocat, ne maiorem
horum, qui nunc nobis circumsundunt, æstum tolerare cogar in-
iuriam, antequam in umbras romanas hinc me recipere queam.
Valeas itaque mathematicorum decus, valeas humanissime mi
Commandine. Deumq; opt. max. enixissime precor, vt cona-
tus egregios tuos singulari suo favore ad optatos perducatur exi-
tus. Urbini.

LECTORI.

A Dmonendus es mihi candide lector, auctorem hunc, quæ
tibi exhibemus, Euclide rsum in arabicam linguam con-
uerso, quem postea Campanus latinum fecit. Hoc dictum vol-
ui, ne in perquirendis propositionibus, quas ipse citat, quando-
que te frustra excruciares. Vale.

Errata sic corrigito

Folio 17. versu 8 D G F lege D G E. fol. 28. ver. 4. G B F lege. C B F.
Fol. 48. ver. 3 inter H & F. adde vel inter F & L: fol. 51. ver.
31. F L K lege. E L K fol. 61. ver. i. pentagonum lege. hexagonū. fol.
62. ver. vltimo A E C F G H K. lege A B C F G H K. fol. 75. ver. vl-
timo, & fol. 76. ver. primo. & hexagono I M G H I K est æquale
triangulum L N M delenda hæc sunt, tamquam superuacanea,

DE SVPERFICIERVM DIVISIONIBVS

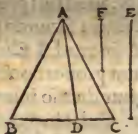
LIBER.

www.libtool.com.cn

PROPOSITIO. I. PROBLEMA. I.

Per lineam protractam ab angulo trianguli,
illum triangulum, secundum proportionem
datam diuidere.

Sit triangulus ABC , & oporteat per lineam descenden-
tem ab angulo A diuidere trian-
gulum ABC secundum pro-
portionem E ad F . diuidam enim
lineam BC in puncto D secun-
dum proportionem E ad F ,
per doctrinam duodecimæ sex-
ti Euclidis; & protracta li-
nea AD propositum patet per
primam sexti Euclidis.



PROPOSITIO II. PROBLEMA II.

Per lineam ductam à puncto in latere dati
trianguli assignato, dictum triangulum secun-
dum proportionem datam diuidere.

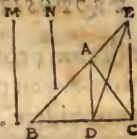
Sit triangulus ABC , in cuius latere BC signetur pun-
ctus D , à quo ducere oporteat lineam diuidentem trian-
gulum secundum proportionem M ad N : & iungatur

A DA

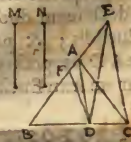
DE DIVISIONIBVS

D. A. Ab illo igitur extremo lateris BC , versus quod voluerit habere consequens in relatione diuisionis, quod (gratia exempli) sit punctum C , erigam lineam aquidistantem lineæ DA donec concurrat in E puncto cum lineâ BA ulterius protrahat quod autem concurrent, patet per 29 & 17 primi Euclidis.

Erit igitur proportio M ad N aut æqualis proportioni BA ad AE , aut maior, aut minor. Sit primo æqualis. Erit igitur per primam sexti, proportio BAD triânguli ad ADE triângulum, sicut proportio M ad N . sed per 37 primi triângulus ADE est æqualis triângulo ADC . igitur per 7 quinti proportio triânguli ABD ad triângulum ADC est sicut proportio M ad N . quod fuit probandum.



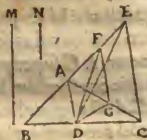
Sit autem secundo proportio M ad N minor proportione BA lineæ ad AE lineam. Itaq; diuidam BE lineam secundum proportionem M ad N . Cadet igitur diuisio inter B & A per 8 quinti. Cadat in puncto F , & protrahatur lineâ DF , quam dico diuidere triângulum secundum proportionem M ad N . *Probatio.* ducta enim lineâ DE , erit per 37 primi, triângulus ADE æqualis triângulo ADC . Posito igitur triângulo AFD cõmuni, erit triângulus FDE æqualis figuræ quadrilateræ $AFDC$. Cum igitur ex prima sexti proportio triânguli BFD ad triângulum FED sit sicut BF ad FE ; & per consequens sicut M ad N : proportio triânguli BFD ad figuram quadrilateram $AFDC$ est sicut proportio M ad N . Patet igitur propositum.



Sit tertio proportio M ad N maior proportione BA ad AE . diuidatur igitur BE in puncto F , quod erit inter A & E , secun-

SYMPPLICIUM.

E, secundum proportionem M ad N : & ducatur FG æquidistanter lineæ CE donec cõcurrat cum linea AC ad punctum G : deinde iungatur linea GD . Dico lineam GD dividere triangulum secundum proportionem datam. ducantur enim lineæ DF & DE . Est igitur triangulus ADE æqualis triangulo ADC per 37 primi; & per eandem, Triangulus ADF æqualis est triangulo ADG . Duo igitur residui; scilicet triangulus FDE , & triangulus GDC sunt æquales. posito etiam triangulo ABD communi duobus triangulis AFD & AGD æqualibus; erit triangulus BFD æqualis quadrilateræ figuræ $BAGD$. igitur triangulus FBD ad triangulum FDE est sicut figura quadrilatera $BAGD$ ad triangulum GCD : triangulus vero FBD ad triangulum FDE , est sicut M ad N per hypothesim, & primam sexti. igitur proportio figuræ quadrilateræ $BAGD$ ad triangulum GDC est sicut proportio M ad N . quod fuit propositum.



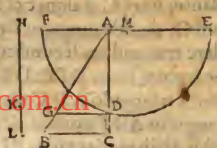
PROPOSITIO III. PROBLEMA III.

Per lineam æquidistantem assignato lateri notati trianguli, illum triangulum secundum proportionem datam dividere.

Sic proportio data HK ad KL : & triangulus ABC , quem secundum proportionem datam volo dividere per lineam æquidistantem lateri eius BC . Ab angulo enim A versus quem volo habere antecedens in proportionem querenda, protraham lineam AE orthogonaliter super lineam AC ; & sibi æqualem; & protrahatur linea EAF secundum

4 DE DIVISIONIBUS

secundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio EA ad AF, sicut HL ad HK, & posito centro in medio puncto lineæ FE, quod sit M, describatur semicirculus FD, E, secundum quantitatem lineæ ME: qui quidem semicirculus secabit lineam AC super punctum D propter hoc, quod lineæ AD minor est, quàm lineæ AE; & lineæ AE æqualis est lineæ AC. ducta igitur lineæ DG æquidistanter lineæ BC, Dico quod proportio trianguli AGD ad superficiem GBCD est sicut proportio HK ad KL. *Probatio.* Proportio enim trianguli ABC ad triangulum AGD est sicut AC ad AD proportio duplicata per 17 sexti. Sed AC & AE sunt æquales, igitur proportio ABC trianguli ad AGD triangulum, est sicut proportio AE ad AD duplicata. proportio autem AE ad AD duplicata est sicut AE ad AF per 30 tertii & 8 sexti. igitur proportio trianguli ABC ad triangulum AGD est sicut proportio EA ad AF; proportio vero EA ad AF est sicut HL ad HK. igitur proportio ABC ad AGD est sicut LH ad HK. igitur diuisim proportio superficiem GBCD ad triangulum AGD est sicut LK ad KH. igitur e contra AGD ad GBCD est sicut proportio HK ad KL. quod fuit probandum.

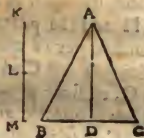


PROPOSITIO IIII PROBLEMA IIII.

Per lineam æquidistantem perpendiculari ab angulo trianguli super basim protracta, illud triangulum secundum proportionem datam dividere.

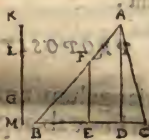
Sit

Sit proportio data KL ad LM. secundum illam, volo diuidere triangulum ABC per lineam æquidistantem perpendiculari AD. diuidam enim lineam KM secundum proportionem BD lineæ ad lineam DC. Et sit primo (gratia exempli) quod illa diuisio cadat in puncto L. est igitur proportio KL ad LM sicut BD ad DC: & per consequens, sicut trianguli ABD ad triangulum ADC per primam sexti. Igitur linea AD diuidit triangulum secundum proportionem datam.



Sit autem secundo, proportio KG ad GM sicut proportio BD ad DC; ita quod G sit inter L & M: deinde diuidam triangulum ABD, iuxta præmissam, per lineam æquidistantem lateri AD. secundum proportionem KL ad LG: & sit linea diuidens sic triangulum FE. Dico igitur quod proportio trianguli FBE ad superficiem AFEC, est sicut proportio KL ad LM.

Probatio. Nam proportio trianguli ADC ad triangulum ABD est sicut proportio MG ad GK. igitur cõiunctim per 18 quinti, proportio trianguli ABC ad triangulum ABD est sicut proportio MK ad KG: proportio autem trianguli ABD ad triangulum FBE, est sicut proportio KG ad KL. igitur secundum æquam

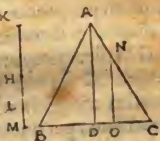


proportionalitatem per 22 quinti erit proportio trianguli ABC ad triangulum FBE, sicut proportio MK ad KL. igitur diuisim, proportio superficiæ AFEC ad triangulum FBE est sicut proportio ML ad KL. igitur contra proportio KL ad LM est sicut trianguli FBE ad superficiem AFEC. quod fuit probandum.

Sit

Sit tertio, proportio KH ad HM , sicut BD ad DC , ita quodd H sit inter K & L . deinde diuidam per præmissam triangulum ADC secundum proportionem HL ad LM per lineam NO æquidistantem lateri AD . Dico igitur quodd proportio superficiæ $NABO$ ad triangulum NOC , est sicut proportio KL ad LM . Probatio. Proportio nanq; trianguli ABD ad triangulum ADC , est sicut KH ad HM per primam sexti & 11 quinti. igitur coniunctim per 18 quinti proportio

trianguli ABC ad triangulum ADC , est sicut proportio KM ad HM : proportio autem trianguli ADC ad triangulum NOC , est sicut proportio HM ad LM . igitur secundum equam proportionalitatem proportio trianguli ABC ad triangulum NOC , est sicut KM ad LM . igitur diuisim proportio superficiæ $NABO$ ad triangulum NOC , est sicut proportio KL ad LM . quod fuit propositum.

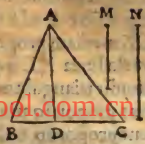


PROPOSITIO V. PROBLEMA V.

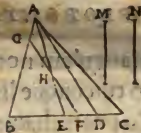
Triangulum notum, per lineam æquidistantem lineæ ab angulo eius ductæ, quæ nec æquidistet alicui laterum eius, neque alicui perpendicularium eius secundum proportionem datam diuidere.

— Hæc conclusio probari potest sicut præmissa. potest etiã & aliter sic probari. Sit proportio data M ad N : & sit triângulus ABC , quem volo diuidere secundum proportionem

tionem M ad N per lineam æquidistantem lineæ AD , quæ descendat ab angulo A ; nec sit perpendicularis, nec æquidistans alicui lateri trianguli. Diuidam igitur lineam BC secundum proportionem M ad N & cadat primo (gratia exempli) diuisio in puncto D . linea igitur AD per primam sexti diuidit triangulum secundum proportionem M ad N datam.

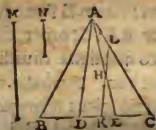


Cadat secundo diuisio inter B & D in puncto E ; ita quod sit proportio BE ad EC sicut M ad N . tunc ponam lineam BF mediam proportionaliter inter lineas BD & BE : & protracta linea FG æquidistanter lineæ AD , dico quod illa diuidit triangulum secundum quod proponitur. *Probatio.* Protraham enim lineam AE . Proportio igitur trianguli ABD ad triangulum GBF est sicut BD ad BF proportio duplicata, per 17. sexti. igitur est sicut proportio BD ad BE . Sed secundum proportionem BD ad BE est proportio trianguli ABD ad triangulum ABE . igitur eadem est proportio trianguli ABD ad triangulum GBF , & ad triangulum ABE . igitur trianguli GBF & ABE sunt æquales. posito igitur H in sectione linearum AE & GF patet quod trianguli AHG & EFH sunt æquales; quibus addita superficies $AHFC$, erit triangulus AEC æqualis superficiei $AGFC$. eadem igitur est proportio trianguli ABE ad triangulum AEC sicut trianguli GBF ad superficiem $AGFC$. Sed proportio trianguli ABE ad triangulum AEC , est sicut proportio M ad N data. igitur liquet propositum.



Cadat

Cadat tertio diuifio inter D & C in puncto E, ita quòd fit proportio B E ad E C, ficut M ad N. ponam igitur lineam CK mediam proportionalem inter D C & E C. tunc protracta linea KL æquidifanter lineam A D, dico quòd illa diuidit triangulum fecundum quod proponitur. Nam vt prius proportio trianguli A D C ad triangulum L K C, est ficut proportio D C ad K C duplicata: & per confequens, est ficut proportio D C ad E C, & fecundum eandem proportionem est proportio trianguli A D C ad triangulum A E C. igitur trianguli L K C & A E C sunt æquales. quare & trianguli A H L & K H E etiam sunt æquales. superficies igitur L A B K æqualis est triangulo A B E. igitur eadem est proportio superficiei L A B K ad triangulum L K C, quæ est trianguli A B E ad triangulum A E C. Illa verò proportio est ficut M ad N. igitur patet propofitum.



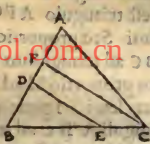
NOTA quod hoc modo probari potest præmissa conclusio: & est hæc probatio facilior quàm præmissa.

PROPOSITIO VI. PROBLEMA VI.

Triangulum notum per lineam æquidistantem cuicunque lineæ in eo protractæ, siue ab angulo protrahatur, siue non, secundum proportionem datam diuidere.

Si enim linea signa a sit æquidistans alicui lateri trianguli, habebitur intentum per tertiam huius. Si etiam dicta linea ab aliquo angulo descendat, habebitur propofitum ab

per præmissam. Quod si assignata linea neque descendat ab angulo aliquo trianguli, neque alicui eius lateri fuerit æquidistans, vt in triangulo ABC , assignetur linea DE , quæ non sit æquidistans lineæ AC ; sed concurreret cum ea ex parte C ; si vtraque vltcrius protraheretur, tunc ab angulo, ex parte cuius esset concursus, vt ab angulo C , protrahatur linea CF in triangulo æquidistans lineæ assignatæ, scilicet lineæ DE : & tunc per præmissam diuidatur triangulus per lineam æquidistantem lineæ CF secundum proportionem datam. patet per 30 primi quod ille tunc diuiditur per lineam æquidistantem lineæ DE . & sic licet propositum, quantumcumque extraneæ lineæ protrahatur.



PROPOSITIO VII. PROBLEMA VII.

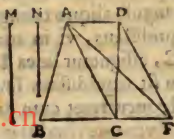
Per lineam protractam ab angulo noti quadranguli, illum quadrangulum secundum proportionem datam diuidere.

Sit proportio data M ad N : & sit quadrangulus $ABCD$; à cuius angulo A volo protrahere lineam diuidentem quadrangulum secundum proportionem M ad N . protraham enim diametrum AC ; & à puncto D protraham lineam DF , æquidistantem lineæ AC , donec concurrat cum linea BC in puncto F ; deinde diuidam lineam BF secundum proportionem M ad N ; & cadat primo diuisio in puncto C : ita quod eadem sit proportio BC ad C F , quæ est M ad N . Dico igitur, quod linea AC diuidit

B qua-

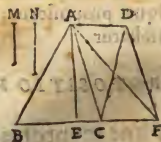
quadrangulum, secundum
quod proponitur. *Probatio.*

Nam triangulus ADC æqua-
lis est triangulo AFC per 17
primi. Sed proportio trianguli
 ABC ad triangulum AFC est
sicut proportio M ad N , per pri-
mam sexti. Igitur proportio
trianguli ABC ad triangulum ADC est sicut proportio
 M ad N . quod fuit propositum.



Secundo cadat diuisio in E puncto inter B & C ; ita
quod sit proportio BE ad EF , sicut M ad N . Tunc pro-
tracta linea AE , dico q̄ proportio trianguli ABE ad su-
perficiem AEC est sicut proportio M ad N . *Probatio.*
Protraham enim lineam AF .

erit ergo triangulus ADC æ-
qualis triangulo AFC , per 17
primi. Posito igitur triangulo
 AEC communi utrique, erit
superficies AEC equalis
triangulo AEF . igitur eadem
est proportio trianguli ABE
ad superficiem AEC , & ad triangulum AEF . Cum
igitur per primam sexti. proportio ABE trianguli ad A
 EF triangulum sit sicut M ad N ; patet quod proportio A
 BE trianguli ad AEC superficiem est sicut M ad
 N . quod fuit probandum.



Cadat tertio diuisio inter C & F in puncto G ; ita quod
sit proportio BG ad GF , sicut M ad N . tunc protra-
ham lineam GH æquidistans lineæ DF , quousque
concurrat cum lineæ DC in puncto H : deinde protra-
cta linea AH , dico quod proportio superficiæ $ABCH$
ad triangulum ADH est sicut proportio M ad N . *Proba-
tio.* Producam enim lineam AG . erit igitur triangulus
 AHC

SPERFICIERVM.

AHC equalis triangulo ACC. sed & totus triangulus ADC equalis est toti triangulo AFC. ergo triangulus ADH residuus equalis est triangulo AFG residuo. posito igitur triangulo ABC communi duobus triangulis ACH & ACG equalibus; erit superficies ABCH equalis triangulo ABG. erit igitur proportio superficiei ABCH ad triangulum ADH, si cut trianguli ABG ad triangulum AFG. Sed proportio trianguli ABG ad triangulum AFG est sicut proportio M ad N. Igitur liquet propositum.



PROPOSITIO VIII. PROBLEMA VIII.

Quadrangulum notum duorum æquidistantium laterum per lineam ductam à puncto in altero æquidistantium laterum assignato secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus notus ABCD: & punctus assignatus in latere BC æqui distantelateri AD sit E. Tunc volo protrahere lineam ab E puncto, diuidentem quadrangulum secundum proportionem L ad M. protrahatur enim BC ulterius secundum rectitudinem vsque ad F: ita quod linea CF sit æqualis lineæ AD; & ducatur linea AF, secans lineam DC in puncto G. sunt igitur trianguli ADG, & GCF similes, & latera AD & CF æqualia. igitur illi trianguli sunt æquales. Addito igitur ABG communi utrique, patet quod quadrangulus ABCD æqualis est triangulo ABF. *Istut memoria commenda.* Deinde diuidam lineam BF secundum proportionem L ad M. Et

B cadat

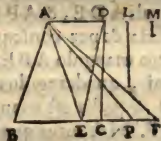
cadat divisio primo in puncto E, ita quod proportio BE ad EF sit sicut L ad M. tunc protracta linea EA, dico quod illa dividit quadrangulum secundum quod proponitur. Nam propter similitudinem triangulorum ADG & EBF, superficies AECD, æqualis est triangulo AEF. igitur eadem est proportio trianguli ABE ad superficiem AECD, & ad triangulum AEF: proportio vero ABE ad AEF est sicut proportio L ad M. igitur proportio ABE ad residuum quadranguli est sicut proportio L ad M, quod est propositum.

Cadat secundo divisio inter B & E in puncto H, ita quod sit proportio BH ad HF, sicut L ad M. tunc protraham lineam HK æquidistanter lineæ AE; & secet lineam AB in puncto K: deinde protracta lineæ KE, dico quod illa dividit quadrangulum, secundum quod proponitur. Protraham enim lineam AH, & quia lineæ AE, KH sunt æquidistantes; erunt trianguli KAH, & KEH æquales. igitur addito KBH utrique, erit triangulus ABH æqualis triangulo KBE. Sed & triangulus AKE æqualis est triangulo AHF igitur addito AECD communi utrique; erit superficies ARECD æqualis quadrangulo AHCD. Quadrangulus vero AHCD æqualis est triangulo AHF, ut supra ostensum est. Igitur eadem est proportio trianguli KBE ad superficiem ARECD, sicut trianguli ABH ad triangulum AHF: & per consequens sicut L ad M, quod fuit probandum.



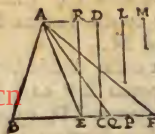
Tertio cadat diuifio inter E & F; & facta figura, resecabo de linea EF lineam EP æqualem lineæ DA: deinde secabo lineam BF, secundum proportionem L ad M.

Et cadat diuifio primo in puncto P; ita quod sit proportio BP ad PF, sicut L ad M. tunc protraham lineam ED, quam dico diuidere quadrangulum secundum formam propositam. *Probatio.* Producam enim lineam PA, & quia linea EP est æqualis lineæ AD, & æquidistans ei, erit triangulus ADE æqualis triangulo APE. Posito igitur triangulo ABE communi, erit quadrangulus ABED æqualis triangulo ABP: & per consequens residuus triangulus DEC erit æqualis triangulo residuo APF: propter id, quod supra probatum est: scilicet quod quadrangulus ABCD æqualis est triangulo ABF. liquet igitur quod eadem est proportio quadranguli ABED ad triangulum DEC, sicut trianguli ABP ad triangulum APF per 19 quinti. sed proportio trianguli ABP ad triangulum APF est sicut L ad M. igitur proportio ABED ad DEC, est sicut L ad M. quod fuit probandum.



Secundo cadat diuifio inter E & P in puncto Q: ita quod sit proportio BQ ad QF, sicut L ad M: deinde secabo ex linea AD lineam AR æqualem lineæ EQ. tunc protraham lineam ER, dico quod illa diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. Protraham enim lineam AQ. Et quia lineæ AR & EQ sunt æquales, & æquidistantes, erunt trianguli ARE & AQE æquales: quibus addito triangulo ABE communi, erit quadrangulus ABER æqualis triangulo ABQ. sed probatum est superius, quod

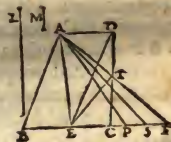
¶ totus quadrangulus $ABCD$
 æqualis est toti triangulo
 ABF . Igitur quadrangulus
 $RECD$ residuus æqualis est
 triangulo AQF residuo. igitur
 eadẽ est proportio quadrangu-
 luli $ABER$ ad quadrangu-
 lum $RECD$, sicut trianguli
 ABQ ad triangulum AQF :



& per consequens sicut L ad M . quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter P & F in puncto S : ita
 quod sit proportio BS ad SF , sicut L ad M : diuidã au-
 tem lineam DC secundum proportionem PS ad SF , in
 puncto T : & protraham lineam ET . dico quod illa di-
 uidit quadrangulum secundum quod proponitur: producã
 enim lineã AS . Quia igitur lineæ AD & EP sunt equa-
 les, & æquidistantes; erunt

trianguli ADE , & $AP'E$ æ-
 quales: & per consequens
 addito triangulo ABE com-
 muni, quadrangulus $ABED$
 æqualis est triangulo
 ABP . sed & totus quadran-
 gulus $ABCD$ æqualis est
 toti triangulo ABF . igitur



triangulus DEC æqualis est triangulo PAF . sed & pro-
 portio trianguli DET ad triangulum TEC est sicut pro-
 portio trianguli PAS ad triangulum SAF . igitur trian-
 gulus DET æqualis est triangulo PAS : & triangulus
 TEC æqualis est triangulo SAF . iam vero probatum
 fuit quod quadrangulus $ABED$ æqualis est triangulo
 ABP . igitur addito triangulo DET ad primũ, & trian-
 gulo PAS sibi æquali ad secundum, erit pentagonus
 $ABETD$ æqualis triangulo ABS . iam vero probatum
 fuit

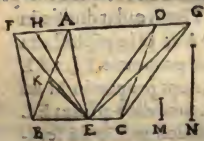
fuit, quod trianguli TEC , & SAF sunt æquales. igitur eadem est proportio pentagoni $ABETD$ ad triangulum TEC , sicut trianguli ABS ad triangulum ASF ; & per consequens sicut L ad M . quod fuit propositum.

PROPOSITIO IX. PROBLEMA IX.

Quemlibet notum quadrangulum per lineam ductam a puncto in vno laterum non æquidistantium assignato secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus $ABCD$; cuius duo latera AD , BC non æquidistant. illum igitur quadrangulum volo diuidere secundum proportionem M ad N notam, per lineam ductam ab E puncto dato super lineam BC . Producam enim duas lineas EA , ED : & extendam DA ex utraque parte secundum rectitudinem, donec linea BF concurreret cum ea in puncto F , æquidistanter lineæ AE : & CG concurreret cum ea in puncto G , æquidistanter lineæ ED . Deinde diuidam lineam FG secundum proportionem M ad N .

Et primo cadat diuisio inter F & A in puncto H , ita quod sit proportio FH ad HA , sicut M ad N ; Diuidam etiam lineam BA secundum proportionem FH ad HA : & cadat diuisio in puncto K : ita quod sit proportio BK ad KA , sicut FH ad HA . tunc ducta linea KE , dico quod illa diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. Protraham enim duas lineas EF , EG . erit igitur triangulus AFE æqualis triangulo ABE per 37 primi, &



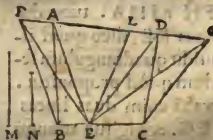
triau-

triangulus DGE æqualis triangulo DCE. Addito igitur utrique triangulo AED, erit triangulus FEG æqualis quadrangulo ABCD proposito. *Hoc memoria commenda.* Et quia triangulus AFE est æqualis triangulo ABE, & eadē proportio FH ad HA, sicut BK ad KA. igitur per primā sexti triangulus EHF æqualis est triangulo EKB. igitur & residuū residuo equale. triangulus igitur HEG residuus æqualis est pentagono AKECD. eadem igitur est proportio trianguli EKB ad pentagonum AKECD sicut trianguli EHF ad triangulum EGH. igitur si cut lineę FH ad lineam HG. & per consequens sicut M ad N. quod fuit probandum.

Secundo cadat diuisio in puncto A, ita quod sit proportio FA ad AG, sicut M ad N. tunc protracta linea EA, dico quod illa diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. Nam triangulus AFE æqualis est triangulo ABE. igitur triangulus AEG residuus æqualis est quadrangulo AECD residuo. eadem ergo est proportio trianguli ABE ad quadrangulum AECD, sicut trianguli AFE ad triangulum AEG. igitur sicut lineę FA ad lineam AG, & per consequens sicut M ad N. quod fuit probandum.



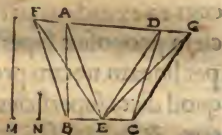
Tertio cadat diuisio in ter A & D in puncto L, ita quod sit proportio FL ad LG, sicut proportio M ad N. tunc dico quod linea EL diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. Cum enim trianguli AFE



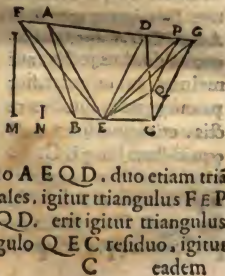
& ABE

& ABE sint æquales, addito vtrique triangulo LAE, erit triagulus LFE æqualis quadrágulo ABEL. Igitur triagulus LEG residuus æqualis est quadrángulo LECD residuo. igitur eadē est proportio quadráguli ABEL ad quadrágulū LECD, sicut triaguli LFE ad triagulū LEG: & per cōsequēs sicut proportio M ad N. qd fuit pbandū.

Quarto cadat diuisio in puncto D: quia tunc trianguli DGE, & DCE sunt æquales, erit triangulus DFE residuus æqualis quadrángulo DABE residuo. igitur eadem est proportio quadránguli ABED ad triangulum DEC, sicut trianguli DFE ad triangulum DEG. igitur sicut lineæ FD ad lineā DG, & per consequens sicut Mad N. linea igitur DE diuidit quadrángulum secundum quod proponitur.



Quinto cadat diuisio in puncto P inter D & G; ita qd proportio FP ad PG sit, sicut M ad N. tunc protraham lineam PQ æquidistantē lineæ CG, donec concurrat cū lineā CD in puncto Q. protracta igitur lineā EQ, dico quod illa diuidit quadrángulum secundum quod proponitur. Protraham enim lineam PE. erit igitur triangulus DEP æqualis triangulo DEQ per 37 primi. Posito igitur triangulo AED communi, erit triangulus AEP æqualis quadrángulo AEQD. duo etiam triaguli AFE & ABE sunt æquales. igitur triangulus FEP æqualis est pentagono ABEQD. erit igitur triangulus PEG residuus æqualis triangulo QEC residuo. igitur eadem

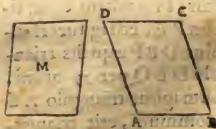


eādē est proportio pentagoni $ABEQD$ ad triangulū QEC , sicut trianguli FEP ad triangulū PEG . igitur sicut lineæ F P ad lineam PG : & per cōsequens sicut M ad N . quod fuit propositum.

PROPOSITIO XL. PROBLEMA X.

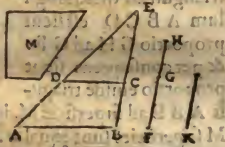
Proposita linea nota, duabusque lineis à terminis eius protractis, angulos qualescunque cum ea ex eadem parte causantibus, superficiem propositæ superficiē notæ æqualem, super lineam notam propositam designare, ita quod dicta superficies inter lineam illam notam, & lineam sibi æquidistantem, atque inter dictas duas ex vna parte, vel ex altera notæ lineæ protractas lineas, includatur.

Verbi gratia sit linea AB nota: & duæ lineæ AD , BC secundum libitum situate. Volo super lineam AB constituere superficiē æqualem superficiē M notæ, inclusam inter lineas AD , BC , & inter A B , & lineam sibi æquidistantem. Duo igitur anguli DAB & CBA aut sunt æquales duobus rectis, aut maiores, aut minores. sint primò æquales duobus rectis. erigitur linea AD æquidistans lineæ BC . factam igitur per 44 primi super lineam AB superficiem æquidistantium laterū, cuius anguli sint æquales angulis DAB , CBA , & ipsa superficies sit æqualis superficiē M : & patet propositum.



Sint

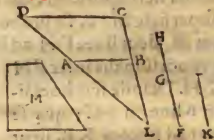
¶ Sint secundo duo anguli DAB , & CBA minores duobus rectis, concurrent igitur duae lineae AD & EC ex parte CD , concurrent autem in puncto E . Nisi igitur triangulus EAB fuerit maior superficie M , ex parte DC , non potest talis superficies constitui, qualem volumus: sed tunc ex parte alia fieri oportebit. Sit igitur triangulus EAB maior superficie M : & sit proportio trianguli EAB ad superficiem M , sicut linea FH ad lineam EG : & sit linea K media proportionalis inter FH



& GH . Deinde secabo ex linea EB lineam EC , quae se habeat ad lineam EB , sicut linea K ad lineam FH . tunc protracta CD æquidistat lineae BA , dico quod superficies $ABCD$ est equalis superficiem M . *Probatio.* Nam proportio trianguli BAE ad triangulum CDE est per 7 sexti sicut proportio BE ad CE duplicata, igitur & sicut proportio FH ad K duplicata: & per consequens proportio trianguli BAE ad triangulum CDE est sicut proportio FH ad GH . igitur euerlim proportio trianguli BAE ad quadrangulum $BADC$ est sicut proportio FH ad FG . sed quæ est proportio FH ad FG , eadem est trianguli BAE ad superficiem M . igitur eadem est proportio trianguli BAE ad superficiem M , & ad quadrangulum $BADC$. quare superficies M , & quadrangulus $BADC$ sunt æquales. & hoc est quod volumus.

Sint tertio duo anguli DAB & CBA maiores duobus rectis. concurrent igitur ex parte AB . sit q in puncto E . ponam igitur proportionem GH ad GF secundum proportionem trianguli ABE ad superficiem M : sitque linea K media proportionalis inter FH , & GH : & ponam proportionem EC ad EB secundum proportionem FH ad K . tunc protracta CD æquidistat lineæ AB ,

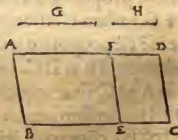
Dico quod superficies M æqualis est quadrangulo A B C D. *Probatio.* Proportio enim trianguli C D E ad triangulum B A E est (vt supra ostensum est) sicut proportio F H ad G H. igitur euerlim proportio C D E trianguli ad quadrangulum C D A B est sicut proportio F H ad F G. igitur disiungim proportio A B E trianguli ad quadrangulum A B C D est sicut proportio G H ad G F: & per consequens sicut proportio eiusdẽ triânguli A B E ad superficiẽ M. igitur quadrangulus A B C D, & M superficies sunt æquales. & hoc volumus demonstrare.



PROPOSITIO. XI. PROBLEMA. XI.

Quadrangulum æquidistantium laterum per lineam vni suorum laterum æquidistantem, secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus æquidistantium laterum A B C D: quem volo diuidere secundum proportionẽ G ad H per lineam æquidistantem lateri eius A B. Diuidam enim lineam B C in puncto E secundum proportionem G ad H: & protraham lineam E F æquidistantem lineæ A B: & habetur propositum. Nã per primã sexti eadẽ est proportio quadranguli A B E F ad quadrangulũ F E C D, sicut lineæ B E ad lineã E C: & per consequens sicut G ad H. quod fuit propositum.

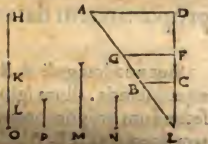


PRO-

PROPOSITIO XII. PROBLEMA XII.

Quadrangulum duorum tantum æquidistantium laterum per lineam æquidistantibus eius lateribus æquidistantem secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus $ABCD$; cuius tantum duo latera AD , & BC æquidistant. Illum igitur quadrangulum volo diuidere secundum proportionem M ad N per lineam æquidistantem lateribus eius AD & BC : latera enim eius AB & DC concurrent necessario. Sit quod in puncto E : & ponam proportionem HO ad LO secundum proportionem trianguli DAE ad triangulum CBE . conuertendo igitur, & diuidendo erit proportio trianguli CBE ad quadrangulum DAB C , sicut LO ad EH . diuidam autem lineam HL in puncto K secundum proportionem M ad N ; ita quod sit proportio HK ad KL , sicut M ad N . & sit linea P media proportionalis inter lineas KO &



OL : & ponam proportionem FE ad CE secundum proportionem KO ad P . deinde protraham lineam FG æquidistantem lineæ DA . Dico igitur quod illa diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. *Probatio.* Nam proportio trianguli FGE ad triangulum CBE est sicut FE ad CE proportio duplicata. igitur & sicut KO ad P proportio duplicata: & per consequens proportio trianguli FGE ad triangulum CBE est sicut proportio

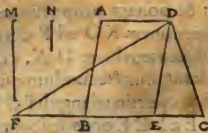
KO

KO ad LO. igitur diuisim proportio quadranguli FGB C ad triangulum CBE est sicut proportio KL ad LO. Proportio vero trianguli CBE ad quadrangulum ABCD (vt supra ostēsum est) est sicut proportio LO ad LH. igitur per æquam proportionalitatem proportio quadranguli FGB C ad quadrangulum ABCD est sicut proportio KL ad LH. igitur diuisim proportio quadranguli FGB C ad quadrangulum AGFD est sicut proportio KL ad KH. igitur e contra proportio AGFD ad GBC F est sicut HK ad KL; & per consequens sicut M ad N. quod fuit propositum.

PROPOSITIO XIII. PROBLEMA XIII.

Quadrangulum duorum tantum æquidistantium laterum per lineam æquidistantem vni suorum laterum non æquidistantium secundū proportionem datam diuidere.

Sint quadranguli ABCD duo tantū latera AD, BC æquidistantia. Illum igitur quadrangulum volo diuidere secundum proportionem M ad N per lineam æquidistantem lateri eius AB. Ab altero igitur angulorum C, vel D, protraham lineam intra quadrangulum æquidistantem lineæ AB: & sit gratia exempli linea DE. deinde protraham BB secundum rectitudinem vsque ad F, donec BF sit equalis BE, & diuidam lineam FC secundum proportionem M ad N. & primò cadat diuisio in



diuisio in puncto E; ita quòd sit proportio FE ad EC, sicut M ad N. Dico igitur quòd linea DE diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. *Probatio.* Protrahā lineam DF. est igitur proportio trianguli FDE ad triangulum EDC, sicut proportio FE ad EC. igitur & sicut proportio M ad N. *sed per primū factū & in primi quadrangulus ABED æqualis est triângulo FDE.* igitur proportio quadranguli ABED ad triangulum DEC est sicut M ad N. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter F & E; ita quod maior sit proportio FE ad EC, quā sit proportio M ad N. diuisa igitur EC linea per equalia in puncto G, erit maior proportio BE ad EG, quā M ad N, propter hoc quòd linea BE est medietas lineæ FE, & linea EG est medietas lineæ EC. diuisa igitur linea BG secundum proportionē M ad N, cadet diuisio inter B & E: sitque in puncto H: ita quòd eadem sit proportio BH ad HG, sicut M ad N. tunc protracta linea HK æ-

quidistanter lineæ BA, Dico quòd illa diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. Protrahant enim AD lineam secundum rectitudinem vsque ad L; quousque concurrat cum linea GL æquidistanter lineæ DE. Quia igitur linea EC est dupla lineæ EG, erit parallelogrammum DEGL æquale triangulo DEC. Addito igitur vtrique quadrangulo KHED, erit quadrangulus KHGL æqualis quadrangulo KHC D. igitur eadem est proportio quadranguli ABHK ad quadrangulum KHGL, & ad quadrangulum KHCD. proportio vero quadranguli ABHK ad quadrangulum KHGL est sicut proportio BH ad HG: & per consequens sicut M ad N. igitur proportio quadranguli ABHK ad



HK ad quadrangulum KHCD est sicut proportio M ad N. quod est propositum.

Tertio cadat diuisio inter F & C in pūcto R, ita quòd sit proportio FR ad RC, sicut M ad N. tunc protraham lineam DR; & per, huius diuidam triangulum DEC secundum proportionem trianguli DER ad triangulum DRC, per lineam PQ æquidistantem lateri eius DE; ita quòd sit quadrangulus DEPQ æqualis triangulo DER: & etiam triangulus QPC æqualis triangulo DRC. Dico igitur quòd linea PQ diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Pro-

portio enim trianguli FDR ad triangulum RDC est sicut proportio M ad N. sed quadrangulus ABED æqualis est triángulo FDE: & quadrangulus DEPQ æqualis est triangulo DER. igitur pentagonus ABPQD est equalis triangulo FDR. sed & triangulus DRC æqualis est triangulo QPC. igitur proportio Pentagoni ABPQD ad triangulum QPC est sicut proportio trianguli FDR ad triangulum DRC: & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

Consimiliter operaremur per lineam æquidistantē lateri eius DC, & patet totum quod proposuimus.

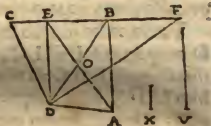
PROPOSITIO XIII. PROBLEMA XIII.

Quadrangulum nulla habentem æquidistantia latera, per lineam vni suorum laterum æquidistantem, secundum proportionem datam diuidere.

Verbi

Verbi gratia quadranguli ABCD nulla sint æquidistantia latera : illum tamen volo dividere secundum proportionem V ad X, per lineam æquidistantem lateri eius AB. Protraham enim ab altero angulorum C vel D lineam æquidistantem lineæ AB, transeuntem intra quadrangulum : & sit gratia exempli lineæ DE, & protraham duas lineas EA, BD secantes se in puncto O : & extendam lineam CB secundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio FB ad BE, sicut proportio AO ad OE, & protraham lineam FD. deinde diuidam lineam FC secundum proportionem V ad X. & primo cadat diuisio in puncto E ; ita quòd sit proportio FE ad EC, sicut proportio V ad X. dico igitur quòd lineæ DE diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. *Probatio.* Nam proportio trianguli ADO ad triangulum ODE est sicut proportio AO ad OE : & etiam proportio trianguli ABO ad triangulum OBE est sicut proportio AO ad OE, igitur aggregando, proportio trianguli BAD ad triangulum BED est sicut proportio AO ad OE : & per consequens sicut proportio FB ad BE. & secundum eandem proportionem est triangulus FDB ad triangulum BED. igitur triangulus BAD æqualis est triangulo FBD. Addito igitur BDE triangulo, cõmuni vtrique, erit triângulus FDE æqualis quadrangulo ABED. sed proportio triânguli FDE ad triangulum EDC est sicut proportio FE ad EC : & per consequens sicut proportio V ad X. igitur proportio quadranguli ABED ad triangulum EDC est sicut proportio V ad X. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter F & E (siue intra quadrangulum, siue extra non est cura) : sit quod in puncto G :



D ita

Ius EDL æqualis est quadrangulo $DEMN$; propter hoc quod trianguli MNC & LDC sunt æquales. Igitur pentagonus $ABMND$ æqualis est triangulo FDL . igitur eadem est proportio pentagoni $ABMND$ ad triangulum MNC , sicut trianguli FDL ad triangulum LDC ; & per consequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

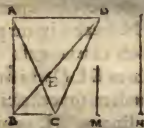
Sicut autem diuiditur quadrangulus secundum proportionem datam per lineam æquidistantem lateri eius AB , ita potest diuidi per lineam æquidistantem alteri eius lateri cuiunque; & patet propositum.

PROPOSITIO XV. PROBLEMA XV.

Quemlibet quadrangulum per lineam æquidistantem vni diametrorum eius secundum proportionem datam diuidere.

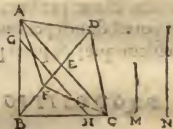
Verbigratia quadrangulum $ABCD$ volo diuidere secundum proportionem M ad N , per lineam æquidistantem diametro eius AC . Protraham enim diametrum BD secantem AC in puncto E ; & diuidam lineam BD secundum proportionem M ad N . Primo igitur cadat diuisio in puncto E ; ita quod eadem sit proportio BE ad ED , sicut M ad N . Dico igitur quod diameter AC diuidit quadrangulum secundum quod proponitur.

Nam proportio trianguli ABE ad triangulum AED est sicut proportio BE ad ED . similiter proportio trianguli BEC ad triangulum EDC est sicut proportio BE ad ED . Igitur coniungendo erit proportio trianguli ABC ad triangulum ADC sicut proportio BE ad ED ; & per consequens sicut proportio M ad N . quod fuit propositum.



Secundo cadat diuifio inter B & E in puncto F: ita quod eadem fit proportio BF ad FD, quæ est M ad N. Tunc protrahiam duas lineas FA FC; & erit proportio duorum triangulorū ABF, GBF coniunctim ad quadrangulum AFC D, sicut proportio BF ad FD. ex triangulo igitur ABC secabo per tertiam huius triangulum GBH sibi similem, & æqualem duobus triangulis ABF, CBF, coniunctim per lineam GH æquidistantem lineæ AC: Illam igitur lineam dico diuidere quadrangulum secundum quod proponitur. quia enim triangulus GBH est æqualis superficiei ABCF, erit triangulus AFC æqualis quadrangulo AGHC. Addito igitur ADC communi, erit quadrangulus AFC D æqualis pentagono AGHCD. proportio igitur trianguli GBH ad pentagonū AGHCD est sicut proportio superficiei ABCF ad quadrangulū AFC D: & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositū.

Tertio cadat diuifio inter E & D in puncto O: ita quod sit proportio BO ad OD, sicut M ad N. tunc protrahiam duas lineas OA, OC. erit igitur proportio quadranguli ABCO ad superficiem AOC D, sicut proportio BO ad OD; & per consequens sicut M ad N. secabo igitur per tertiam huius ex triangulo ACD triangulum KLD sibi similem, & æqualem superficiei A OCD, per lineam KL æquidistantem lineæ AC. Dico igitur quod illa diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. Triangulus enim AOC æqualis est quadrangulo ACKL. igitur quadrangulus ABCO



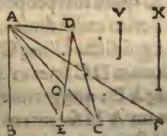
BCO æqualis est pentagono A B C L K, et triangulus K L D æqualis superficiei A O C D. igitur proportio pentagoni A B C L K ad triangulū K L D est sicut proportio quadranguli A B C O ad superficiem A O C D; & per consequens sicut proportio M ad N: quod fuit propositum.

Consimiliter faciemus, vt diuidatur quadrangulus A B C D secundum proportionem datam per lineam æquidistantem diametro eius B D. & patet propositum.

PROPOSITIO XVI. PROBLEMA XVI.

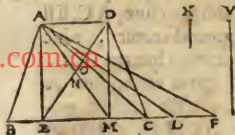
Quemlibet quadrangulum per lineam æquidistantem lineæ in quadrangulo assignatæ, quæ nec æquidistet alicui laterum eius, neque alicui diametrorum eius secundum proportionem datam diuidere.

Vt verbi gratia Quadrangulum A B C D volo diuidere secundum proportionem V ad X per lineam æquidistantem lineæ A E. Protraham enim duas diametros A C E D secantes se super punctum O: deinde producam lineam B C secundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio E C ad C F, sicut proportio E O ad O D: & protraham lineam A F. tunc diuidam lineam B F secundum proportionem V ad X: & primo cadat diuisio in E puncto; ita quod sit proportio B E ad E F, sicut V ad X. dico igitur quod linea A E diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. Nam proportio trianguli A E C ad triangulum A C D est sicut proportio



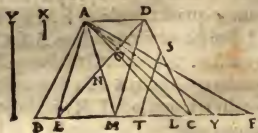
EO

& triangulus AEL est æqualis quadrangulo $AEMD$. igitur triangulus ALF residuus est æqualis triangulo DMC residuo. Similiter quia quadrangulus $AEMD$ est æqualis triangulo AEI posito triangulo ABE comuni, erit quadrangulus $ABMD$ æqualis triangulo ABL . eadē



igitur est proportio quadranguli $ABMD$ ad triangulum DMC , sicut trianguli ABL ad triangulum ALF : & per consequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

Quinto cadat diuissio inter L & F in pūcto Y , ita quòd eadem sit proportio BY ad YF , sicut V ad X : & protraham lineam AY . quia igitur triangulus DMC æqualis est triangulo ALF ; & triangulus ALF maior est triangulo AYF ; erit triangulus DMC maior triangulo AYF . igitur ex triangulo DMC se parabo per tertiam huius triangulum STC sibi similem & æqualem triangulo AYF



par lineam ST æquidistantem lineæ DM . Dico igitur quod lineam ST diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus DMC est æqualis triangulo ALF ; & etiam triangulus STC est æqualis triangulo AYF , erit quadrangulus $DMTS$ residuus æqualis triangulo ALY residuo. Cum igitur quadrangulus $ABMD$ sit æqualis triangulo ABL ; erit pētagonus $ABTSD$ æqualis triangulo ABY . eadem igitur est proportio pentagoni $ABTSD$ ad triangulum STC , sicut trianguli ABY ad

ad triangulum AYF . igitur & sicut BY ad YF : & per cōsequēs sicut $Vad X$: & hoc est quod volumus demonstrare.
Et est notandum quod sicut diuiditur quadrangulus per lineam æquidistantem lineæ ductæ ab Angulo eius, quæ nec æquidistat eius lateribus, nec eius diametris: ita potest diuidi per lineam æquidistantem lineæ non ductæ ab angulo assignato, vt protrahendo lineam ab aliquo angulo quadranguli eadēntem intra quadrangulum, & æquidistantem lineæ assignatæ: & tunc operabimur, sicut iam docuimus.

PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVII.

Pentagonum quemlibet notum per lineam a quolibet angulo eius ductam secundum proportionem datam diuidere.

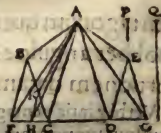
Verbi gratia pentagonum $ABCDE$ volo diuidere secundum proportionem P ad Q per lineam ductam ab angulo eius A . Protraham duas lineas AC , AD : & ab angulo B protraham lineam BF æquidistantem lineæ AC , donec cōcurrat cum lineæ DC , vltcrius protracta in puncto F . similiter ab angulo E protraham lineam EG æquidistantem lineæ AD , donec cōcurrat cum lineæ CD vltcrius protracta in puncto G . tunc protraham lineas AF , AG , erit triangulus AFG equalis pentagono $ABCDE$: propter hoc quod triangu-



lus ABC est equalis triangulo AFC ; & triangulus AED est equalis triangulo AGD , addito ACD communi vtrisque, patet quod diximus. Diuidam igitur lineam FG secundum proportionem P ad Q : & ca-

E dat

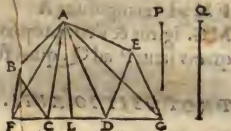
dat primo divisio inter F & G in puncto H: ita quod sit proportio FH ad HG, sicut proportio P ad Q. Protrahatur igitur HK equidistans lineæ BF, donec tetigerit lineam BC in puncto K. est igitur eadem proportio BK ad KC, sicut FH ad HG: per secundam sexti. deinde protrahatur lineæ AK, dico illam dividere pentagonum secundum quod proponitur. Protraham enim lineam AH. Quia igitur triangulus AED est æqualis triangulo AGD; addito ACD communi, erit quadrangulus ACDE æqualis triangulo ACG. Similiter quia triangulus AKC est æqualis triangulo AHC, propter æquidistantiam linearum KH & AC, erit pentagonus AKCDE æqualis triangulo AHG. Item quia eadem est proportio BC ad BK, sicut FC ad FH, erit eadem proportio trianguli ABC ad triangulum ABK, sicut trianguli AFC ad triangulum AFH. igitur per mutationem eadem est proportio trianguli ABC ad triangulum AFC, sicut trianguli ABK ad triangulum AFH. Cum igitur trianguli ABC, & AFC sint æquales; erunt trianguli ABK & AFH æquales. eadem igitur est proportio trianguli ABK ad pentagonum AKCDE, sicut trianguli AFH ad triangulum AHG. igitur & sicut FH ad HG; & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



Secundo cadat divisio in puncto C: ita quod eadem sit proportio PC ad FG, sicut P ad Q. tunc dico quod lineæ AC dividit pentagonum secundum quod proponitur. Nam ut ostensum est supra, quadrangulus ACDE est æqualis triangulo ACG, & triangulus ABC æqualis est triangulo AFC. igitur eadem est proportio trianguli ABC ad quadrangulum ACDE, sicut trianguli AFC ad triangulum ACG. igitur sicut PC ad CG; & per consequens sicut

cut Pad Q. quod fuit propofitum.

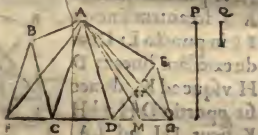
Tertio cadat diuifio in puncto L inter C & D: ita quod fit proportio FL ad LG, ficut Pad Q. Protraham igitur lineam AL, quam dico diuidere pentagonum fecundum quod proponitur. Quia enim triangulus ABC est æqualis triangulo AFC, pofito ACL communi, erit quadrangulus ABCL æqualis triangulo AFL. Si militer pofito triangulo ALD cum utrifque triangulis AED, AGD; erit quadrangulus ALDE æqualis triangulo ALG. igitur eadem est proportio quadranguli ABCL ad quadrangulum ALDE, ficut trianguli AFL ad triangulum ALG. igitur ficut FL ad LG; & per consequens ficut Pad Q. quod fuit propofitum.



Quarto cadat diuifio in puncto D. tunc dico quod linea AD diuidit pentagonum fecundum quod proponitur: & patet probatio, ficut patuit, quando cecidit diuifio in puncto C.

Quinto cadat diuifio inter D & G in puncto M; ita quod eadem fit proportio FM ad MG, ficut Pad Q. tunc erigam lineam M

N æquidiftāter lineæ GE, quouſque tetigerit lineam DE in puncto N: & protraham lineam AN, quam dico diuidere pentagonum fecundum quod proponitur.



protracta enim linea AM, arguitur vt prius in primo cafu, quod triangulus AEN eſt æqualis triangulo

EAG

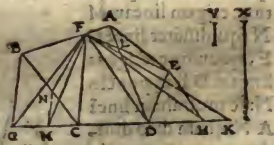
AGM: & quod pentagonus ABCDN est æqualis triangulo AFE. igitur eadē est proportio pentagoni ABCDN ad triangulum AFE, sicut trianguli AFE ad triangulum AFE. igitur & sicut proportio FM ad MG: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVIII.

Per lineā ductam à puncto in latere noti pentagoni assignato dictum pentagonum secundum proportionem notam dividere.

Verbi gratia pentagonum ABCDE volo dividere secundum proportionem V ad X, per lineā ductam à puncto F assignato in latere eius AB. protrahe enim lineas FC, FD, FE: & protrahe lineam BG equidistanter lineæ FC, & lineam EH equidistanter lineæ FD, donec concurrant cum lineæ CD ulterius ex utraque parte protracta, in punctis G & H. & protrahe lineā AD secantem lineam FE in puncto L: Dein de extendam lineam DH vsque ad K, donec sit proportio DH ad HK, sicut DL ad LA.

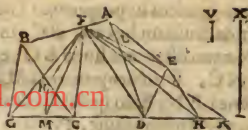


hoc autem fiet, imaginando lineam AK protrahi æquidistanter lineæ LH. tunc protrahe lineas FG, FH, FK. Dividam igitur lineam GK secundum proportionem V ad X

ad X: & cadat diuisio primo inter G & C in puncto M: ita quòd eadem sit proportio GM ad MK, sicut V ad X. Deinde diuidam lineam BC in puncto N per lineam MN æquidistantem lineæ BG; eritque proportio BN ad NC, sicut proportio GM ad MC: tunc protraheta linea FN, dico quòd illa diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. *Probatio.* Nam proportio trianguli FDE ad triangulum FAE est sicut proportio DL ad LA: igitur & sicut proportio DH ad HK, quæ est sicut proportio trianguli DFH ad triangulum HFK. igitur proportio trianguli FDE ad triangulum FAE est sicut proportio trianguli DFH ad triangulum HFK. igitur permutatim proportio trianguli DFE ad triangulum DFH est sicut proportio trianguli FAE ad triangulum FHK. sed trianguli DEH, & DFE sunt æquales, propter æquidistantiam linearum PD, & EH. igitur trianguli FAE, & FHK sunt æquales. Quadrangulus igitur FDEA æqualis est triangulo FDK. addito igitur FCD communi, erit pentagonus FCDEA æqualis triangulo FCK. *Hoc memorie commendemus.* Ex alia parte protraham lineam FM. Quia igitur triangulus FBC est æqualis triangulo FGC: & eadem est proportio BN ad NC, sicut GM ad MC: erit triangulus FBN æqualis triangulo FGM: & triangulus FNC æqualis triangulo FMC. Congregando igitur, pater quòd hexagonus FNCDEA est æqualis triangulo MFK, & trianguli FBN, & FGM sunt æquales. igitur eadem est proportio trianguli FBN ad hexagonum FNCDEA, sicut trianguli FGM ad triangulum FMK. igitur & sicut lineæ GM ad lineam MK: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

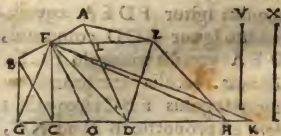
Secundo cadat diuisio in puncto C; ita quòd eadem sit proportio GC ad CK, sicut V ad X. dico igitur quòd
linea

linea FC diuidit pentagonum secundum q proponitur: iam enim ostensum fuit, q pentagonus $F C D E A$ est equalis triangulo $F C K$, & q etiam triangulus $F B C$ equalis est



triangulo $F G C$. igitur eadē est proportio trianguli $F B C$ ad pentagonum $F C D E A$, sicut trianguli $F G C$ ad triangulum $F C K$. igitur & sicut lineę $G C$ ad $C K$: & per consequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter C & D in puncto O : ita q eadem sit proportio $G O$ ad $O K$, sicut V ad X . dico igitur quod linea $F O$ diuidit pentagonum secundum q proponitur. addito communi triangulo $F O D$ ad quadrangulum $F D E A$, & ad triangulum sibi equalem $F D K$, erit pentagonus $F O D E A$ equalis triangulo $F O K$. Confrmiter addito triangulo $F C G$ cōi ad

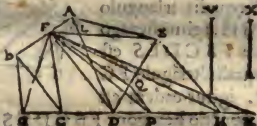


duos æquales triangulos $F B C$, & $F G C$; erit quadrangulus $F B C O$ æqualis triangulo $F G O$. igitur eadē est proportio quadranguli $F B C O$ ad pentagonum $F O D E A$, sicut trianguli $F G O$ ad triangulum $F O K$: igitur & sicut $G O$ ad $O K$: & per consequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

Quarto cadat diuisio in puncto D , ita q eadem sit proportio $G D$ ad $D K$, sicut V ad X . dico igitur quod linea $F D$ diuidit pentagonum secundum quod proponitur. Addito enim triangulo $F C D$ communi ad æquales trian-

triangulos $FB C$, & $FG C$, patet probatio.

Quinto cadat diuisio inter D & H in puncto P ; ita qd eadem sit proportio GP ad PK , sicut V ad X . tunc diuidat lineam DE in puncto Q , per lineam PQ equidistantem lineae EH . erit igitur eadem proportio DQ ad $Q E$, sicut DP ad PH . protracta igitur linea FQ , dico quod illa diuidit pentagonum secundum quod proponitur, totis enim quadrangulus $FDEA$ est æqualis toti triangulo FDK . sed & triangulus FDQ est æqualis triangulo $FD P$. igitur quadrangulus $FQEA$ residuus æqualis est triangulo FPK residuo. Quadrangulus etiam $FBCD$ æqualis est triangulo FGD . addito igitur triangulo F

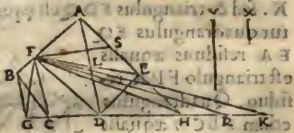


DQ ad quadrangulum $FBCD$, & triangulo $FD P$ equali triangulo FDQ , addito ad triangulum FGD ; patet quod pentagonus $FBCDQ$ equalis est triangulo FGP . eadem igitur est proportio pentagoni $FBCDQ$ ad quadrangulum $FQEA$, sicut trianguli FGP ad triangulum FPK : & per consequens sicut proportio V ad X . quod fuit propositum.

Sexto cadat diuisio in puncto H , dico igitur quod linea FE diuidit pentagonum secundum qd proponitur. Quia enim quadrangulus $FBCD$ est equalis triangulo FGD , & ut supradictum est, triangulus $A F E$ æqualis est triangulo $F H K$, atque triangulus $F D E$ equalis triangulo $E D H$. igitur pentagonus $FBCDE$ equalis est triangulo $F G H$. igitur eadem est proportio pentagoni $FBCDE$ ad triangulum $F A E$, sicut trianguli $F G H$ ad triangulum $F H K$. igitur & sicut $G H$ ad $H K$: & per consequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

Septimo cadat diuisio inter H & K in puncto R ; ita qd eadem

eadem sit proportio GR ad RK, sicut V ad X. tunc diui-
dam lineam EA in puncto S, ita quod eadem sit propor-
tio ES ad SA, sicut HR ad RK. dico igitur quod linea F
S diuidit pentagonum secundum quod proponitur. Qui-
am enim triangulus AFE est equalis triangulo FHK: & pro-
portio ES ad SA est sicut proportio HR ad RK: erit trian-
gulus FES equalis triangulo FHR, & etiam triangulus
FSA equalis triangu-
lo FRK. Sed & pen-
tagonus FB CDE
est equalis triangulo
FGH. igitur hexago-
nus FB CDES est
equalis triangulo FGR.
igitur eadem est
proportio hexagoni FB CDES ad triangulum FSA, si-
cut trianguli FGR ad triangulum FRK, igitur & sicut
linee GR ad lineam RK: & per consequens sicut V ad
X. quod fuit propositum.

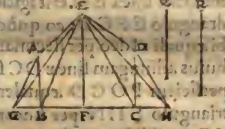


PROPOSITIO. XIX. ○ PROBLEMA. XIX.

Pentagonum duorum æquidistantium laterū
per lineam æquidistantē æquidistantibus eius
lateribus secundū proportionē datā diuidere.

Verbi gratia pentagonū. $A B C D E$: volo diuidere ſecū-
 dum proportionem Q ad R per lineam æquidistantem la-
 teri eius $A B$; quod quidem latus, aut æquidistat lateri C .
 D , aut lateri $D E$: æquidistat igitur primo, lateri $C D$;
 tunc protraham lineam $E F$ æquidistantem lateri $A B$: &
 producam lineas $E B$ & $E C$: deinde protraham lineam
 $A G$ æquidistantem lineæ $E B$, & lineam $J D H$ æquidistan-
 tem lineæ

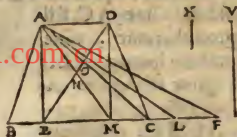
tem lineæ E C, quousque concurrant cum linea B C, ut
 terius ex utraque parte protracta in punctis G & H: de
 inde diuidam lineam G H secundum proportionem Q
 ad R: & primo eadem diuisione in puncto F, dico igitur
 quod linea B F diuidit pentagonum secundum quod pro
 ponitur. *Probatio.* Quia enim linea A C æquidistat lineæ
 B C, protracta linea E G, erit triangulus E A B æqualis
 triangulo E G B. addito igitur triangulo E B F comuni,
 erit triangulus E G F equalis quadrangulo E A B F. Itē
 quia D H linea æquidistat lineæ E C, protracta linea E H,
 erit triangulus E D C æqualis triangulo E H C. addito
 igitur triangulo E F C communi, erit triangulus E F H
 equalis quadrangulo E F C D. & prius fuit triangulus E
 G F æqualis quadrangulo A B F E. igitur eadem est pro
 portio quadranguli A B F E ad quadrangulum E F C D, si
 cut trianguli E G F ad triangulum E F H. igitur & sicut li
 nea G F ad F H: & per consequens sicut Q ad R, quod
 fuit propositum.



Secundo eadem diuisione inter G & F in puncto K, ut sit
 proportio G K ad K H, sicut Q ad R: tunc protraham li
 neam E K, quia igitur triangulus E G K est minor triangu
 lo E G H, & triangulus E G
 F equalis est quadrangulo A
 B F E, erit triangulus E G K
 minor quadrangulo A B F E.
 adiungam igitur lineam A B,
 per decimam huius, superfi
 ciem A B L M æqualem trian
 gulo, E G K per lineam L M
 æquidistantem lineæ A B. Dico igitur quod linea L M di
 uidit

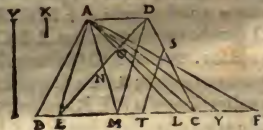


& triangulus AEL est æqualis quadrangulo $AEMD$. igitur triangulus ALF residuus est æqualis triangulo DMC residuo. Similiter quia quadrangulus $AEMD$ est æqualis triangulo AEL , posito triangulo ABE communi, erit quadrangulus $ABMD$ æqualis triangulo ABL . eadē



igitur est proportio quadranguli $ABMD$ ad triangulum DMC , sicut trianguli ABL ad triangulum ALF : & per consequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

Quinto cadat diuisio inter L & F in pūcto Y , ita quòd eadem sit proportio BY ad YF , sicut V ad X : & protraham lineam AY . quia igitur triangulus DMC æqualis est triangulo ALF ; & triangulus ALF maior est triangulo AYF ; erit triangulus DMC maior triangulo AYF . igitur ex triangulo DMC se parabo per tertiam huius triangulum STC sibi similem & æqualem triangulo AYF



par lineam ST equidistantem lineæ DM . Dico igitur quod linea ST diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus DMC est æqualis triangulo ALF ; & etiam triangulus STC est æqualis triangulo AYF , erit quadrangulus $DMTS$ residuus æqualis triangulo ALY residuo. Cum igitur quadrangulus $ABMD$ sit æqualis triangulo ABL ; erit pētagonus $ABTSD$ æqualis triangulo ABY . eadem igitur est proportio pentagoni $ABTSD$ ad triangulum STC , sicut trianguli ABY

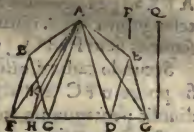
ad

ad triangulum AYF. igitur & sicut BY ad YF: & per os
sequens sicut Vad X. & hoc est quod volumus demonstrare.
Et est notandum quodd sicut diuiditur quadrangulus
per lineam æquidistantem lineæ ductæ ab Angulo eius,
quæ nec æquidistet eius lateribus, nec eius diametris: ita
potest diuidi per lineam æquidistantem lineæ non ductæ
ab angulo assignato, vi protrahendo lineam ab aliquo an-
gulo quadranguli cadentem intra quadrangulum, & æqui-
distantem lineæ assignatæ: & tunc operabimur, sicut iam
docuimus.

PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVII.

Pentagonum quemlibet notum per lineam a
quolibet angulo eius ductam secundum pro-
portionem datam diuidere.

Verbi gratia pentagonum ABCDE volo diuidere se-
cundum proportionem P ad Q per lineam ductam ab
angulo eius A. Protraham duas lineas AC, AD: & ab
angulo B protraham lineam BF æquidistantem lineæ A-
C, donec cõcurrat cum lineâ DC: vltcrius protracta in
puncto F: similiter ab angulo E
protraham lineam EG æquidi-
stantem lineæ AD, donec con-
currat cum lineâ CD vltcrius
protracta in puncto G, tunc pro-
tractis lineis AF, AG, erit trian-
gulus AFG æqualis pẽtagono AB-
CDE: propter hoc quodd triangu-

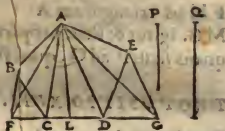


lus ABC est æqualis triangulo AFC; & triangulus A-
ED est æqualis triangulo AGD, addito ACD commu-
ni vtrique, patet quod diximus. Diuidam igitur li-
neam FG secundum proportionem P ad Q: & ca-

E dat

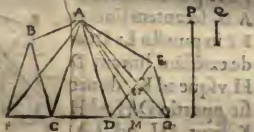
cut Pad Q, quod fuit propostum.

Tertio cadat diuifio in puncto L inter C & D: ita quod fit proportio FL ad LG, ficut Pad Q. Protraham igitur lineam AL, quam dico diuidere pentagonum fecundum quod proponitur. Quia enim triangulus ABC est æqualis triangulo AFC, polito ACL communia, erit quadrangulus ABCL æqualis triangulo AFL. Si militer polito triangulo ALD cum utrifque triangulis AED, AGD; erit quadrangulus ALDE æqualis triangulo ALG. igitur eadem est proportio quadranguli ABCL ad quadrangulum ALDE, ficut trianguli AFL ad triangulum ALG. igitur ficut FL ad LG; & per consequens ficut Pad Q, quod fuit propostum.



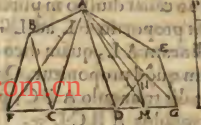
Quarto cadat diuifio in puncto D. tunc dico quod linea AD diuidit pentagonum fecundum quod proponitur: & patet probatio, ficut patuit, quando cecidit diuifio in puncto C.

Quinto cadat diuifio inter D & G in puncto M; ita quod eadem fit proportio FM ad MG, ficut Pad Q. tunc erigam lineam NE quæquidistatè lineæ GE, quousque tetigerit lineam DE in puncto N: & protraham lineam AN, quam dico diuidere pentagonum fecundum quod proponitur. protracta enim linea AM, arguitur ut prius in primo casu, quod triangulus AEN est æqualis triangulo



E æ AG

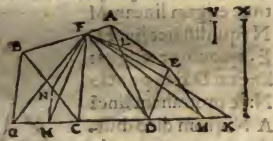
AGM: & quod pentagonus ABCDN est æqualis triangulo AFM. igitur eadẽ est proportio pentagoni ABCDN ad triangulum ANE, sicut trianguli AFM ad triangulum AMG. igitur & sicut proportio FM ad MG: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVIII.

Per lineam ductam à puncto in latere noti pentagoni assignato dictum pentagonum secundum proportionem notam dividere.

Verbi gratia pentagonum ABCDE volo dividere secundum proportionem V ad X, per lineam ductam à puncto F assignato in latere eius AB. protraham enim lineas FC, FD, FE: & protraham lineam BG equidistanter lineæ FC, & lineam EH equidistanter lineæ FD, donec concurrant cum lineâ CD ulterius ex utraque parte protracta, in punctis G & H. & protraham lineam AD secantem lineam FE in puncto L: Dein de extendam lineam DH vsque ad K, donec sit proportio DH ad H K, sicut DL ad LA.

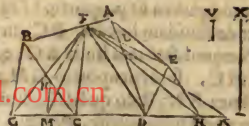


hoc autem fiet imaginando lineam AK protrahi equidistanter lineæ LH. tunc protraham lineas FG, FH, FK. Dividam igitur lineam GK secundum proportionem V ad X

ad X ; & cadat diuisio primo inter G & C in puncto M ; ita quod eadem sit proportio GM ad MK , sicut V ad X . Deinde diuidam lineam BC in puncto N per lineam MN æquidistantem lineæ BG ; eritque proportio BN ad NC , sicut proportio GM ad MC : tunc protraham lineam FN , dico quod illa diuidit pentagonum secundum quod proponitur. *Probatio*. Nam proportio trianguli FDE ad triangulum FAE est sicut proportio DL ad LA , igitur & sicut proportio DH ad HK , quæ est sicut proportio trianguli DFH ad triangulum HFK . igitur proportio trianguli FDE ad triangulum FAE est sicut proportio trianguli DFH ad triangulum HFK . igitur permutatim proportio trianguli DFE ad triangulum DFH est sicut proportio trianguli FAE ad triangulum FHK . sed trianguli DEH , & DFE sunt æquales, propter æquidistantiam linearum FD , & EH . igitur trianguli FAE , & FHK sunt æquales. Quadrangulus igitur $FDEA$ æqualis est triangulo FDK . addito igitur FCD communi, erit pentagonus $FCD EA$ æqualis triangulo FCK . *Hoc memorie commendamus*. Ex alia parte protraham lineam FM . Quia igitur triangulus FBC est æqualis triangulo FGC : & eadem est proportio BN ad NC , sicut G ad MC : erit triangulus FBN æqualis triangulo FGM : & triangulus FNC æqualis triangulo FMC . Congregando igitur, patet quod hexagonus $FNCDEA$ est æqualis triangulo MFK , & trianguli FBN , & FGM sunt æquales. igitur eadem est proportio trianguli FBN ad hexagonum $FNCDEA$, sicut trianguli FGM ad triangulum FMK . igitur & sicut lineæ GM ad lineam MK : & per consequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

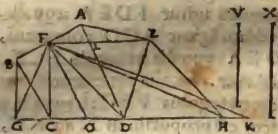
Secundo cadat diuisio in puncto C ; ita quod eadem sit proportio GC ad CK , sicut V ad X . dico igitur quod
linea

linea FC diuidit pen-
tagonum secundum ϕ
proponitur: lam enim
ostensum fuit, ϕ pen-
tagonus $F C D E A$
est equalis triangulo F
 CK , & ϕ etiam trian-
gulus FBC equalis est



triangulo $F G C$. igitur eadē est proportio trianguli $F B C$
ad pentagonum $F C D E A$, sicut trianguli $F G C$ ad trian-
gulum $F C K$. igitur & sicut lineę $G C$ ad CK : & per con-
sequens sicut V ad X . quod fuit propositum.

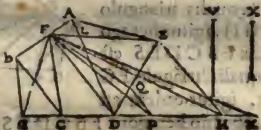
Tertio cadat diuisio inter C & D in puncto O : ita ϕ
eadem sit proportio $G O$ ad $O K$, sicut V ad X . dico igitur
quod linea $F O$ diuidit pentagonum secundum ϕ propo-
nitur. addito communi triangulo $F O D$ ad quadrangu-
lum $F D E A$, &
ad triangulum sibi
equalem $F D K$, e-
rit pentagonus $F O$
 $D E A$ equalis trian-
gulo $F O K$. Consi-
militer addito trian-
gulo $F C G$ cōi ad



duos æquales triangulos $F B C$, & $F G C$; erit quadrangu-
lus $F B C O$ æqualis triangulo $F G O$. igitur eadē est pro-
portio quadranguli $F B C O$ ad pentagonum $F O D E A$,
sicut trianguli $F G O$ ad triangulum $F O K$: igitur & si-
cut $G O$ ad $O K$: & per consequens sicut V ad X . quod
fuit propositum.

Quarto cadat diuisio in puncto D , ita ϕ eadem sit pro-
portio $G D$ ad $D K$, sicut V ad X . dico igitur quod linea
 FD diuidit pentagonum secundum quod proponitur.
Addito enim triangulo F, C, D communi ad æquales
trian-

triangulos $FB C$, & $FG C$, patet probatio,
Quinto cadat diuisio inter D & H in puncto P ; ita q^{ue} ea
dem sit proportio GP ad PK , sicut V ad X . nunc diuidi
lineam DE in puncto Q per lineam PQ equidistantem li
neae EH . erit igitur eadem proportio DQ ad $Q E$, sicut
 DP ad PH . protracta igitur linea FQ , dico quod illa di
uidit pentagonum secundum quod proponitur, totis eni
m quadrangulus $FDEA$ est æqualis toti triangulo FDK . sed & triangulus FDQ est æqualis triangulo $FD P$. igitur
quadrangulus $FQEA$ residuus æqualis est triangulo FPK re
siduo. Quadrangulus etiam $FBCD$ æqualis est triangulo FGD . ad
dito igitur triangulo FDQ ad quadrangulum



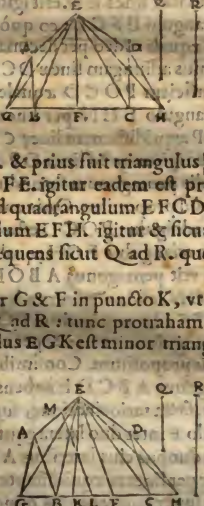
$FBCD$, & triangulo $FD P$ equali triangulo FDQ , ad
dito ad triangulum FGD ; patet quod pentagonus $FBCDQ$
equalis est triangulo FGP . eadem igitur est proportio
pentagoni $FBCDQ$ ad quadrangulum $FQEA$, sicut trianguli FGP ad triangulum FPK : & per icon
sequens sicut proportio V ad X . quod fuit propositum.

Sexto cadat diuisio in puncto H , dico igitur quod linea
 FE diuidit pentagonum secundum q^{ue} proponitur. Quia
enim quadrangulus $FBCD$ est æqualis triangulo FGD ,
& ut supradictum est, triangulus $A F E$ æqualis est trian
gulo $F H K$, atque triangulus $F D E$ æqualis triangulo $E D H$. igitur pentagonus $FBCDE$ æqualis est triangulo
 $F G H$. igitur eadem est proportio pentagoni $FBCDE$ ad
triangulum $F A E$, sicut trianguli $F G H$ ad triangulum $F H K$. igitur & sicut GH ad HK : & per consequens sicut
 V ad X . quod fuit propositum.

Septimo cadat diuisio inter H & K in puncto R : ita q^{ue}
eadem

tem lineæ E C, quousque concurrant cum linea B C, ut
terius ex utraque parte protracta in punctis G & H: de-
inde diuidam lineam G H secundum proportionem Q
ad R: & primo cadat diuifio in puncto F. dico igitur
quod linea B F diuidit pentagonum secundum quod pro-
ponitur. *Probatio.* Quia enim linea A G æquidistat lineæ
B C, protracta linea E G, erit triangulus E A B æqualis
triangulo E G B. addito igitur triangulo E B F comuni,
erit triangulus E G F equalis quadrangulo E A B F. Itē
quia D H linea æquidistat lineæ E C, protracta linea E H,
erit triangulus E D C æqualis triangulo E H C. addito
igitur triangulo E F C communi, erit triangulus E F H
equalis quadrangulo E F C D. & prius fuit triangulus E
G F æqualis quadrangulo A B F E. igitur eadem est pro-
portio quadranguli A B F E ad quadrangulum E F C D, si-
cut trianguli E G F ad triangulum E F H. igitur & sicut li-
neæ G P ad F H: & per consequens sicut Q ad R. quod
fuit propositum.

Secundo cadat diuifio inter G & F in puncto K, ut sit
proportio G K ad K H, sicut Q ad R: tunc protraham li-
neam E K, quia igitur triangulus E G K est minor triangu-
lo E G H, & triangulus E G H est equalis quadrangulo A
B F E: erit triangulus E G K minor quadrangulo A B F E.
adiungam igitur lineæ A B, per decimam huius, superfi-
ciem A B L M æqualem triangu-
gulo, E G K per lineam L M
æquidistantem lineæ A B. Dico igitur quod linea L M di-
uidit



uidit Pentagonum secundum quod proponitur. Nam tri-
 angulus $E G K$ est equalis quadrangulo $A B L M$; & totus
 triangulus $E G H$ est equalis toti Pentagono $A B C D E$.
 igitur triangulus $E K H$ residuus est equalis Pentagono M
 $L C D E$ residuo: igitur eadem est proportio quadrangu-
 li $A B L M$ ad Pentagonum $M L C D E$ sicut trianguli $E G$
 K ad triangulum $E H K$: & per consequens sicut Q ad R .
 quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter F & H in puncto N : & pro-
 trahatur linea $E N$. erit igitur triangulus $E H N$ minor qua-
 drangulo $E F C D$: eo quod est minor triangulo $E H F$ G
 bi equali: Ideo per decimam
 huius adiungam lineam DC su-
 perficiem $P O C D$ æqualem
 triangulo $E H N$ per lineam
 $O P$ æquidistantem lineæ $C D$.
 dico igitur quod linea $O P$ di-
 uidit pentagonum secundum
 quod proponitur. Quia enim
 quadrangulus $P O C D$ est equalis triangulo $E N H$: & to-
 tus triangulus $E G H$ equalis est toti pentagono $A B C D$
 E ; erit pentagonus $A B O P E$ residuus equalis triangulo
 $E G N$ residuo: igitur eadem est proportio pentagoni $A B$
 $O P E$ ad quadrangulum $P O C D$, sicut trianguli $E G N$ ad
 triangulum $E N H$: & per consequens sicut Q ad R . quod
 fuit propositum. Confimiliter autem sicut diuiditur pen-
 tagonus $A B C D E$ habens duo latera $A B, C D$ æquidisti-
 tia, facta ratiocinatione, super lineam $B C$ oppositam an-
 gulo E inter duo latera æquidistantia intercepto: Ita posi-
 tis duobus eius lateribus $A B, D E$ æquidistantibus, diuide-
 tur per lineam æquidistantem lineæ $A B$, facta ratiocinatio-
 ne super latus eius $E A$ oppositū angulo eius C , inter duo
 eius latera $A B D E$, æquidistantia intercepto: Et patet
 propositum utrobique.

PRO.

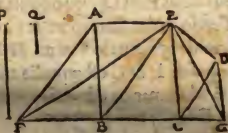


PROPOSITIO. XX. PROBLEMA XX.

Pentagonum, cuius vnum laterum eius vni eius diametro æquidistat, per lineam æquidistantem illi lateri, & illi diametro secundum proportionem datam diuidere.

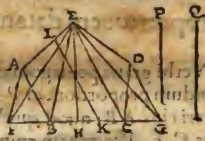
Verbi gratia pentagonum $ABCDE$ volo diuidere secundum proportionem P ad Q , per lineam æquidistantem lateri eius AB ; quod quidem latus æquidistat diametro eius CE . Protraham enim lineam EB . Et producam lineam AF æquidistantem lineæ EB : & lineam DG æquidistantem lineæ EC : donec concurrant cum linea BC , protracta ex vtraque parte vltius ad puncta F & G : deinde protractis lineis EF & EG , erit triangulus EFG equalis pentagono $ABCDE$ proposito: Vt patet per modum arguendi in præmissa. Diuidam igitur lineam FG secundum proportionem P ad

Q . Cadat igitur diuisio p vel in C , vel ante C , vel post C . E primo cadat in puncto C : ita q. eadem sit proportio FC ad CG , sicut P ad Q . Dico igitur quod linea EC diuidit

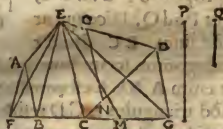


pentagonum secundum quod proponitur. Quadrangulus enim $ABCE$ est equalis triangulo EFB ; propter hoc quod triangulus ECD residuus est equalis triangulo ECG residuo; & totus pentagonus equalis toti triangulo. igitur eadem est proportio quadranguli $ABCE$ ad triangulum ECD , sicut trianguli EFB ad triangulum ECG . igitur & sicut FC ad CG : & per consequens sicut P ad Q , quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter F & G in puncto H; ita quod sit proportio FH ad HG, sicut P ad Q. Quia igitur quadrangulus ABCE equalis est triangulo EFC, & triangulus EFH minor est triangulo EFC; erit triangulus EFH minor quadrangulo ABCE. adiungam igitur lineam AB per decimam huius quadrangulum ABKL æqualem triangulo EFH per lineam KL æquidistantem lineæ AB. Illam igitur lineam KL dico diuidere pentagonum secundum quod proponitur. Quia enim ille totus pentagonus est æqualis toti triangulo EFG; & quadrangulus ABKL æqualis est triangulo EFH; erit pentagonus LKCD æquiduius æqualis triangulo EHG residuo. eadem igitur est proportio quadranguli ABKL ad pentagonum LKCD, sicut trianguli EFH ad triangulum EHG. igitur & sicut FH ad HG; & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



Tertio cadat diuisio inter C & G in puncto M; ita quod eadem sit proportio FM ad MG, sicut P ad Q. quia igitur triangulus EDC est æqualis triangulo EGC; & triangulus EMC minor est triangulo EGC; erit propter hoc triangulus EMC minor triangulo EDC. Adiungam igitur lineam EC quadrangulum ECNO æqualem triangulo EMC per lineam NO æquidistantem lineæ EC secundum doctrinam decimam huius; vel quod idem est, separabo per tertiam huius triangulum DON a triangulo DEC sibi similem, & æqualem triangulo EGM.



IO EGM. Dico igitur quòd linea NO diuidit pentagonū secundum quòd proponitur. Quia enim totus pentagonus ABCDE est equalis toti triangulo EFG: & triangulus OND æqualis est triangulo EMG, erit hexagonus ABCNOE residuus equalis triangulo EFM residuo. eadem igitur est proportio hexagoni ABCNOE ad triangulum OND, sicut trianguli EFM ad triangulum EMG. igitur & sicut FM ad MG: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

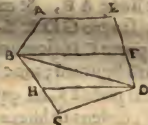
PROPOSITIO XXI. THEOREMA I.

Quocunque latere pentagoni assignato, quod nec alicui eius lateri, nec alicui eius diametro æquidistat, protrahi possunt intra pentagonum ab aliquibus duobus trium angulorum dicto lateri nullatenus coniunctorum duæ lineæ æquidistantes illi lateri prætaxato.

Verbi gratia esto quòd in pentagono ABCDE latus eius AE neque sit æquidistans alicui lateri eius, neq; eius diametro BD. tunc dico, qd ab aliquibus duobus trium angulorum

BCD protrahi possunt duæ lineæ intra pentagonum, quarum vtraque sit æquidistans lateri AE. Ex quo enim AE, & BD non sunt æquidistantes, illæ vltius protraher aut cōcurrerent ex parte AB, aut ex parte ED.

si ex parte AB; tunc linea BF protracta a puncto B æquidistans lateri AE necessario caderet super latus ED, sicut in vtraque superiorum figurarum: Si autem cōcurrerent ex parte ED, tunc linea DG à puncto D protraheretur



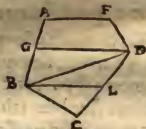
Et æquidistanter lineæ AE necessario cadet super latus AB ; sicut in vtraque inferiorum figurarum.

Item si AE , & BD concurrerent ex parte AB , sicut in vtraque superiorum figurarum; tunc linea BF , ex quo non est æquidistans lineæ CD , aut concurrent cum ea ex parte FD , aut ex parte BC , si ex parte FD , sicut in prima superiorum; tunc a puncto D protrahi potest DH æquidistanter lineæ AE , cadens in latere

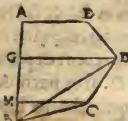
BC . Si vero concurrerent BF & CD ex parte BC , sicut in secunda superiorum; tunc a puncto C protrahi potest CK æquidistanter lineæ AE , cadens in latere ED . habemus igitur BF & DH æquidistantes lineæ AE in prima figurarum superiorum. Et habemus BF & CK æquidistantes eidem lineæ in secunda figurarum superiorum.



Si autem AE , BD concurrerent ex parte ED , sicut in vtraque inferiorum figurarum; tunc linea DG , ex quo non est æquidistans lineæ BC , aut concurreret cum ea ex parte GB , aut ex parte DC . Si ex parte GB , sicut in prima inferiorum figurarum, tunc a puncto B protrahi potest BL æquidistans lineæ AE , & cadet in latere CD : si vero GD & BC concurrent ex parte CD , sicut in secunda inferiorum figurarum; tunc a puncto C protrahi potest CM æquidistans lineæ



AE , cadens in latere AB . habemus igitur DG & BL in prima figurarum inferiorum; & DG , & CM in secunda figurarum inferiorum æquidistantes lineæ AE , & cadentes intra pëtagonum. pater igitur totum, quod ostendere volebamus.



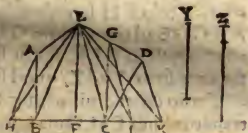
PRO-

PROPOSITIO XXII. PROBLEMA XXI.

Pentagonum per lineam æquidistantem vni eius lateri assignato, quod quidem latus nullo eius alteri lateri, neque alteri eius diametro sit æquidistās, secundū proportionē datā diuidere.

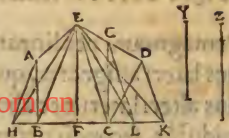
Sit pentagoni $A B C D E$ latus $A B$, neque æquidistans diametro $E C$, neque alteri laterum $E D$, $C D$. Illum igitur volo diuidere secundum proportionem Y ad Z per lineam æquidistantem lateri eius $A B$. A duobus enim trium angulorum eius $C D E$ protraham duas lineas intra pētagonum æquidistantes lateri eius $A B$. Aut igitur illæ duæ lineæ descendentes sic ab angulis cadent super idem latus, vel super latera opposita. Cadant igitur primo super latera opposita: & sint $E F$, $C G$, ita quod F sit in latere $B C$: & punctus G sit in latere $E D$. Ratiocinabor autem super latus, in quod cadit parallelus propinquior lineæ $A B$, vide licet super latus $B C$. protraham igitur lineas $E B$ & $E C$ deinde protraham lineā $A H$ æquidistanter lineæ $E B$; & lineā $D K$ æquidistāter lineæ

$E C$, donec cōcurrant cum lineā $B C$ ulterius ex utraque parte protracta in punctis H & K : & protrahā lineas $E H$ & $E K$. quia igitur triangulus $E A B$ est equalis triangulo $E H B$: & triangulus $E D C$ equalis est triangulo $E K C$, addito triangulo $E B C$ communi, erit pentagonus $A B C D E$ equalis triangulo $E H K$, Quod est memorie commendandum. Protraham etiam lineam $G L$ æquidistanter lineæ $E C$: & producam lineam $E L$: tunc diuidam lineam $H K$ secundum proportionem Y ad Z , Aut



*vel inter
F. et L.*

Z. Aut igitur cadet diu-
sio in pūcto F, vel in pūcto
L, siue inter H & F, vel in-
ter L & K. Cadat igitur
primo in pūcto F; ita
quod erit proportio H
ad F K, sicut Y ad Z. di-
eo igitur quòd linea EF

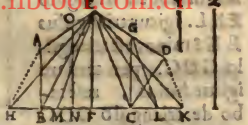


diuidit pentagonum secun-
dum quòd proponitur, Qua-
drangulus enim EABF æqualis est triangulo EHF, &
Quadrangulus EDCF æqualis est triangulo EKF. igitur
eadem est proportio quadranguli EABF ad quadrangulum
EDCF, sicut trianguli EHF ad triangulum EKF.
igitur & sicut HF ad FK: & per consequens sicut Y ad
Z, quod fuit propositum.

Secundo cadat diuissio in pūcto L. dico igitur quòd li-
nea CG diuidit pentagonum prout proponitur, Quia e-
nim lineæ EC, & GL sunt equidistantes, erunt trianguli E
GC, & ELC æquales. Sed totales trianguli EDC & EKC
sunt æquales. igitur & triangulus GCD æqualis est
triangulo ELK. Quadrangulus etiam ABCE æqualis
est triangulo EHC. igitur pentagonus ABCGE æqualis
est triangulo EHL. eadem igitur est proportio pentagoni
ABCGE ad triangulum GCD, sicut trianguli EHL ad
ad triangulum ELK. igitur sicut HL ad LK: & per con-
sequens sicut Y ad Z, quod fuit propositum.

Tertio cadat diuissio inter H & F in pūcto M: & pro-
trahatur linea EM. Quia igitur triangulus EHF est æqua-
lis quadrangulo EABF: & triangulus EHM minor est
triangulo EHF: erit propter hoc triangulus EHM mi-
nor quadrangulo EABF. adiungam igitur, per decimam
huius, lineæ AB superficiem ABNO, æqualem triangu-
lo EHM, per lineam NO equidistantem lineæ AB, dico
igitur lineam NO diuidere pentagonum secundum quòd
pro-

proponitur. Pentagonus enim $ABCDE$ equalis est trian-
gulo EHK : & Quadrangulus $ABNO$ equalis est trian-
gulo EHM : igitur pentagonus $ONCDE$ residuus æ-
qualis est triangulo EMK residuo. igitur eadem est pro-
portio quadranguli ABN
O ad pentagonum $ONCDE$, sicut trianguli EH
M ad triangulum EMK .
igitur & sicut HM ad MK ; & per consequens sicut
 Y ad Z . quod fuit propo-
situm.



Quarto cadat diuisio inter F & L in puncto P : & pro-
trahatur linea EP . quia igitur triangulus EFL equalis est
quadrangulo $EFCG$: & triangulus EFP minor est trian-
gulo EFL ; erit triangulus EFP minor quadrangulo $EFCG$.
adiungam igitur lineæ EP per diagonalem huius qua-
dranguli $EFCG$ æqualem triangulo EFP per lineam QR
æquidistantem lineæ BF . dico igitur quod li-
nea QR diuidit pen-
tagonum secundum
quod proponitur. est
enim triangulus EH



Pæqualis pentagono $ABQRE$: & totus pentagonus
 $ABCDE$ equalis est toti triangulo EHK . igitur quadran-
gulus $RQCD$ residuus equalis est triangulo EPK . igi-
tur eadem est proportio pentagoni $ABQRE$ ad quadran-
gulum $RQCD$, sicut trianguli EH P ad triangulum EPK . igitur
sicut HP ad PK : & per consequens sicut Y ad
 Z . quod fuit propositum.

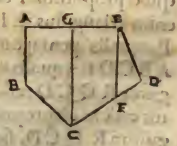
Quinto cadat diuisio inter L & K in puncto S . Quia
igitur

G

igitur propter æquidistantiam linearum EC & GL, trian-
guli EGC, & ELC sunt æquales: atque totales trian-
guli EDC & EKC etiam æquales; erunt propter hoc
trianguli GDC, EKL residui æquales. Sed protracta
linea ES, triangulus E
KS minor est triangulo
EKL. igitur triangulus
EKS minor est triangu-
lo GDC. per tertiam
igitur huius, reseca-
bo de triangulo GDC
triangulum TDV sibi
similem, & æqualem triangulo EKS; per lineam T
V æquidistantem lineæ GC. Dico igitur quod linea TV
diuidit pentagonum secundum quod proponitur. Totus
enim pentagonus ABCDE æqualis est toti triangulo E
HK, & triangulus TDV æqualis triangulo EKS. igitur
hexagonus ABCVTE residuus æqualis est triangulo E
HS residuo. igitur eadē est proportio hexagoni ABCV
TE ad triangulum TDV, sicut trianguli EHS ad trian-
gulum EKS. igitur & sicut HS ad SK: & per consequē
sicut Y ad Z. quod fuit propositum.



Si autem duæ lineæ EF & CG, quæ sunt æquidistan-
tes lineæ AB, ceciderint sic, quod linea EF ceciderit su-
per latus CD: & linea CG super
latus AE; tunc erigemus angu-
lum C; & ratioeinabimur super li-
neam AE, sicut fecimus super li-
neam BC; & deueniemus ad no-
strum propositum, sicut prius. Si
autem duæ lineæ, quæ protractæ
sunt æquidistanter lineæ AB, cadāt
super vnū & idē latus, tunc ratioeinabimur super illud la-
tus. Vt verbi gratia, sit Q in pentagono ABCDE duæ li-
næ



ne $E F$, & $D G$ protracte equidistanter lineæ $A B$ cadant
super latus $B C$: tunc protraham $A H$ equidistantē lineæ
 $A B$; & lineā $D K$ equidistantē lineæ $E C$; protrahā etiā li
neam $E G$, & lineā sibi equidistantē $D L$: & producam li
neas $E H$, $E L$, & $E K$. patet igitur ex præmissis, q̄ trian
gulus $E H K$ est equalis pentagono $A B C D E$, & quod
triangulus $E H L$ est equalis pentagono $A B C D E$, & ita
relinquitur q̄ triangulus $D G C$ equalis est triangulo $E L K$.
Hæc autem sunt memorie cōmendanda. Diuidā igitur li
neā $H K$ secundū proportionē Y ad Z : & cader diuisio vel
in F , vel in L , vel inter illa, aut inter illa, & extrema. Ca
dat igitur primo diuisio in puncto F , ita q̄ sit proportio H
 F ad $F K$, sicut Y ad Z . dico igitur q̄ lineæ $E F$ diuidit pē
tagonū secundū q̄ proponitur. Nam quadrāgulus $A B F$
 E est equalis triangulo $E H F$, & quadrangulus $E F C D$ est
equalis triangulo $E F K$. igitur eadē est proportio quadrā
guli $A B F E$ ad quadrangulum $E F C D$, sicut trianguli
 $E H F$ ad triangulum $E F K$: & per consequens sicut Y ad
 Z . quod fuit propositum.

Secundo cadat diui
sio in pūcto L . Dico igi
tur q̄ lineæ $D G$ diui
dit pentagonū secundū
q̄ proponitur. Quia n.
triangulus $E G D$ est ē
qualis triāgulo $E G L$:
& quadrāgulus $A B G$

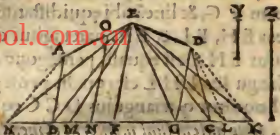


E equalis triāgulo $E H G$; erit pētagonus $A B G D E$ equalis
triāgulo $E H L$, sed & triāgulus $D G C$ equalis est triāgulo
 $E L K$. igitur eadē est pportio pētagoni $A B G D E$ ad triāgu
lū $D G C$, sicut triāguli $E H L$ ad triāgulū $E L K$. igit & sicut
 $H L$ ad $L K$: & p consequens sicut Y ad Z . qd̄ fuit ppositū.

Tertio cadat diuisio in pūcto M inter H & F , ptracta li
neā $E M$, fiat quadrāgulus $A B N O$ p decimā huius equalis

G a trian.

triangulo E H M, per lineam N O equidistantē lineæ A B, pater igitur, sicut & supra, q̄ proportio quadranguli A B N O ad pentagonum O N C D E, est sicut proportio trianguli E H M ad triangulum E M K: & per conse-



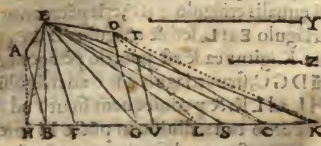
quens sicut Y ad Z: linea igitur O N diuidit pentagonum secundam quod proponitur.

Quarto cadat diuisio inter F & L in pūcto P; tūc protracta linea E P, fiat quadrangulus E F Q R per decimam: huius æqualis triangu-



lo E F P. pentagonus igitur A B Q R E est æqualis triangulo E H P. eadem igitur est proportio pentagoni A B Q R E ad quadrangulum R Q C D, sicut trianguli E H P ad triangulum E P K. igitur & sicut H P ad P K: & per consequens sicut Y ad Z, quod fuit propositum.

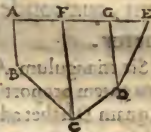
Quinto cadat diuisio in pūcto S inter L & K. ita quod eadem sit proportio H S ad S K, sicut Y ad Z, Quia igitur, ut superius dictum est, triangulus D G C æqualis est triangu-
lo E L K; erit triangulus, E S K minor triangulo D G C, secabo



igitur,

igitur, per tertiam huius, ex triangulo DGC triangulum TVC sibi similem, & æqualem triangulo ESK , per lineam TV equidistantem lineæ DG . dico igitur quod linea TV dividit pentagonum secundum quod proponitur. Quia enim triangulus TVC æqualis est triangulo ESK ; & totus pentagonus $ABCDE$ æqualis toti triangulo EHK ; erit propter hoc hexagonus $ABVTDE$ æqualis toti triangulo EHS . eadem igitur est proportio hexagoni $ABVTDE$ ad triangulum TVC , sicut trianguli EHS ad triangulum ESK ; & per consequens sicut X ad Z . quod fuit propositum.

si autem duæ lineæ, quæ protractæ fuerint equidistan-
ter lineæ A B, cadant super latus A E, secundum quod
cadunt lineæ C F, D G: tunc eri-
gemus angulum C; & ratiocinabi-
mur super lineam A E, sicut feci-
mus super lineam B C: & deuenie-
mus ad nostrum propositum, sicut
prius. patet igitur quod volumus
demonstrare.



FIN-195.

FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

DE SVPERFICIERVM DIVISIONE

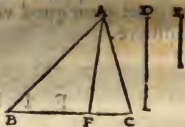
www.librolibris.it

PROBLEM A. I.

A puncto in ambitu rectilineæ figuræ, siue in angulo, siue in latere quolibet sumpto, rectam lineam ducere, quæ ipsam diuidat in partes datam habentes proportionem.

Figuram autem rectilineam nunc intelligo cam, quæ totidem lateribus, quot angulis continetur.

Sit triangulum ABC ; data autem proportio sit illa, quam D habet ad E : & primum oporteat a puncto A ducere rectam lineam, quæ triangulum diuidat in proportionem D ad E . Secetur BC in puncto F ex x. sexti



elementorum, ita vt sit BF ad FC , sicut D ad E ; & iungatur AF . Dico iam factum esse, quod proponebatur. est enim ex prima sexti triangulum ABF ad triangulum ACF , sicut BF ad FC , hoc est sicut D ad E .

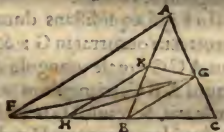
Sumatur deinde in latere AC eiusdem triaguli punctum G , a quo ducere oporteat rectam lineam diuidentem triagulum in datam proportionem D ad E . Iungatur GB ; atq; a puncto A ad rectam lineam CB protracta ducatur AF ipsi GB æquidistans: & iuncta GF , secetur FC in H , ita vt FH ad HC ean-

H Ceandē pportionē habeat,
quā D ad E. Vel igitur punctū
H cadit in B, vel inter F & B,
vel inter B & C. Et si quidem
cadit in B recta linea G B pro-

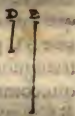


blema efficit: triangulum
enim G F B ad triangulum G B C est vt F B ad B C, hoc
est vt D ad E. Sed triangulum A B G est æquale triangulo
G F B, quod sint in eadē basi, & eisdē parallelis. ergo trian-
gulū A B G ad triangulum G B C eandem proportionē ha-
bet, quā triangulum G F B ad ipsum G B C, hoc est eandē
quā D ad E. Si

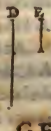
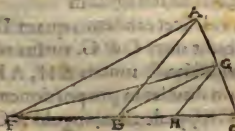
autē H cadit inter
F & B, ducatur re-
cta linea H K ipsi
G B æquidistans,
q̄ fecerit A B in K,
& G H, G K iungā-



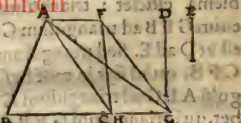
tur. Dico G K dividere triangulum, vt oportebat. Rursus
enim triangulū A B G est æquale triangulo G F B: & addi-
to vtrique communi G B C, erit triangulū A B C triangulo
G F C æquale, sed & triangulū G K B est æquale triangulo
G H B. quare & reliquū æquale reliquo, videlicet triangulū
A K G triangulo G F H: ac propterea quadrilaterum G K B
C æquale triangulo G H C. triangulū igitur A K G ad qua-
drilaterū G K B C est vt G F H triangulum ad triangulū G
H C, hoc est vt D ad E. Quod si H cadit inter B & C, du-
catur G H, quę iudē problema efficit. nā cū triangulū G F B
A B G æqualia sint, ad



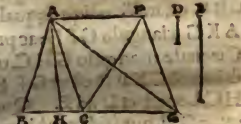
dito vtrique communi
triangulo GBH, erit
triangulū G F H quadri-
latero A B H G æqua-
le. ergo vt triangulum



GFH ad triangulum GHC, videlicet vt. D. ad E, ita est
 quadrilaterum ABHG ad triangulum GHC. Si vero pū-
 ctum in alio angulo, vel alio latere sumatur, ad propolitu-
 concludendum eadem ratione vtemur.

Sit quadrilaterum, siue
 quadrangulum ABCE.  & oporteat ipsum diuide-
 re per rectam lineam ab
 angulo A ductam, ita vt
 partes inter se eadem pro-
 portionem habeant, quā
 D ad E. Iungatur AC, at-
 que a puncto F ipsi æquidistans ducatur FG, quæ recte li-
 near BC protracta occurrat in G: & iungatur AG. etiam
 triangulum ACG æquale triangulo ACF: & addito vtri-
 que communi ABC, triangulum ABG quadrilatero A-
 BCFG æquale erit. Secetur BG in H, sitq; BH ad HG, vt
 D ad E, & siquidem punctum H cadit in C, factum sam-
 erit, quod proponebatur. triangulum enim ABC ad trian-
 gulum ACF eandem habebit proportionem, quam ad
 triangulum ACG, hoc est eandem, quam D ad E.

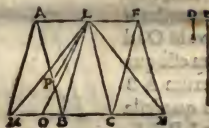
Si vero H cadit inter B
 & C, ducta AH problema
 efficiet. nam quadrilaterum
 AHCF æquale est triangu-
 lo AHG, quare ABH trian-
 gulum ad quadrilaterum A-
 HCF eandem proportionem
 habebit, quā ad triangulum
 AHG, videlicet eandem, quam D ad E.

At si cadit inter C & G, rursus ad FC ducta HK ipsi
 AC æquidistare, & iunctis AH, AK, recta linea AK qua-
 drilaterum diuidet in proportionem datam. triangulum
 enim ACK æquale est triangulo ACH, ergo & reliquum trian-


trian-

triangulum AKF reliquo
 AHG , & quadrilaterum
 $ABCK$ triangulo ABH
 equale erit. quadrilaterum
 igitur $ABCK$ ad trian-
 gulum AKF eandem
 proportionem habet, quam
 triangulum ABH ad AH
 HG triangulum, videli-
 cet quam D ad E .

Sumatur præterea in la-
 tere AF quoduis pun-
 ctum L , a quo ducere o-
 porteat rectam lineam, quæ
 quadrilaterum diuidat in
 datam proportionem D
 ad E . iungantur LB, LC ;
 producaturq; BC ex y-



traque parte: & ad ipsam a puncto quidem A ducatur AM æquidistans LB ; a puncto autem F ducatur FN æquidi-
 stans LC : & iunctis LM, LN ; erit ex iis, quæ proxime tra-
 dita sunt, triangulum LMN quale quadrilatero $ABCL$:
 itemq; triangulum LCN triangulo LCF : & totum trian-
 gulum LMN toti quadrilatero $ABCF$ æquale. Secetur
 MN in O , ita ut MO ad ON eam habeat proportionem,
 quam D ad E , & iungatur LO . Itaque vel punctum O ca-
 dit in MC , vel in CN ; & si cadit in MC ex antecedenti-
 bus diuidemus quadrilaterum $ABCL$ per rectam lineam
 ductam ab angulo L , quæ sit LP , ita ut partes eam inter
 se proportionem habeant, quam MO ad OC . Dico rectam
 lineam LP quadrilaterum diuidere, ut proponebatur. nam
 vel punctum P erit in AE , vel in C . Si primum in AB .
 & quoniam triangulum APL ad quadrilaterum $LPBC$
 est ut MO ad OC , videlicet ut triangulum LMO ad trian-

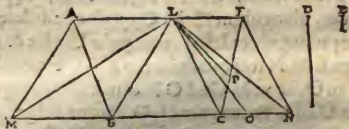
gulum

gulum LOC , erit componendo quadrilaterum $ABCL$, ad quadrilaterum $LPBC$, vt triangulum LMC ad triangulum LOC : & permutando. Sed triangulum LMC est æquale quadrilatero $ABCL$. ergo & triangulum LOC quadrilatero $LPBC$, & triangulum LMO triangulo APL æquale erit: ac propterea reliquum triangulum LON pentagono $LPBCF$. Vt igitur triangulum LMO ad triangulum LON , hoc est vt MO ad ON , ita erit triangulum APL ad pentagonum $LPBCF$. Sit deinde P in linea BC , vt in alia figura. eodẽ modo demonstrabimus, vt MO ad ON , ita esse quadrilaterum $ABPL$ ad quadrilaterum $LPCF$.



Si vero punctum O cadat in CN , diuidemus triangulum LCF per rectam lineam LP , ita vt LCP triangulum ad triangulum LPF .

eandẽ proportionẽ habeat, q̃ CO

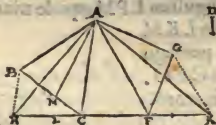


ad ON . & factum erit, quod oportebat. Quoniã enim triangulum LCP ad triangulum LPF est vt CO ad ON hoc est vt triangulum LCO ad triangulum LON , componendo triangulum LCF ad triangulum LPF ita erit, vt triangulum LCN ad triangulum LON ; & permutando. triangulũ autem LCN est æquale triangulo LCF . ergo & LON triangulũ triangulo LPF æquale erit; & reliquum

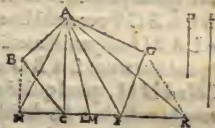
quod triangulū LMO pentagono $ABCP$. quare ut trian-
gulū LMO ad triangulū LOP , hoc est ut MO ad OP ,
hoc est ut D ad E , ita erit pentagonum $ABCP$ ad trian-
gulū LPF . quadrilaterū igitur $ABCF$ per rectam lineā
a puncto L ductam ita diuisum est, ut partes proportio-
ne habeant eādem datę proportioni. quod ipsum facere opor-
tebat. Quod si datum punctū sit in alio angulo, uel in alio
latere ipsius $ABCF$, propositū eodē modo cōcludemus.

Sit pentagonū $ABCFG$, quod diuidere oporteat per
rectā lineā ab angulo A ductā in proportionem D ad E .
Iungantur AC , AF : & a punctis B , G ducantur ad CF ex
utraq; parte per rectā lineā BH , GK , quarū BH equi-
distet AC , & GK ipsi AF ; iunctisq; AH , AK , erit triangu-
lum AHF equale quadrilatero $ABCF$. & triagū AFK
triagulo AFG , totūq; triangulū AHK toti pentagono A
 $BCFG$ æquale.

Secetur H in L ,
ut HL ad LK ean-
dē habeat propor-
tionē, quā D ad E .
Vel igitur punctū
 L cadit in HF , vel
in FK : & si quidē

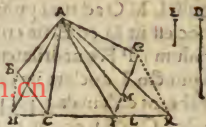


in HF diuidatur ex antecedentibus quadrilaterū $ABCF$
per rectā lineā ductā ab angulo A , quę sit AM , ita ut partes
eā proportionē habeāt, quā HL ad LK : ipsa AM pentago-
nū diuidet, ut proponi-
tur. eadē. n. ratioē, qua
supra, ostēdemus triagu-
lū ABM ad pentagonū
 $AMCFG$, vel ut in al-
lia figura quadrilaterū
 $ABCM$ ad quadrilate-
rum $AMFG$ eandem habere proportionē, quā HL ad LK .



DE DIVISIONE

Si vero L cadat in FK , si
militer recta linea AM ab
angulo A ducta, diuidemus
triangulum AFG in pro-
portionem FL ad LK : &
denique ostendemus penta-
gonum $ABCFM$ ad trian-
gulum AMG ita esse, vt H
 L ad LK , hoc est vt D ad E .



Sumatur in latere AG punctum L , à quo ducenda sit
recta linea pentagonum diuidens in datam proportionem
 D ad E . Iungantur LC, LF : & ipsa CB ex parte B produ-
cta, fiat per ea, quæ dicta sunt, triangulum LHC qua-
drilatero $LABC$ æquale: deinde producta CF ex par-
te C , fiat triangulum LKF æquale quadrilatero $LHCF$,
hoc est pëtagono $LABCF$: & rursus producta ex parte F
fiat triangulum LFM æquale triangulo LFG . erit totum
triangulū LKM
æquale pëtago-
no $ABCFG$.



Itaq; secetur K
 M in puncto N ,
ita vt KN ad N
 M eandem pro-
portionem ha-
beat, quā D ad

E . Et si quidē punctū N cadit in KF , diuidemus pëtago-
num $LABCF$ per rectā lineam LO , ita vt sit quadrilate-
rum $LABO$ ad quadrilaterū $OCFL$, sicut KN ad NF .
erit quadrilaterum $LABO$ ad pëtagonum $OCFLG$,
vt KN ad NM . quod quidē eodē modo demonstrabitur.
Si vero N cadit in FM , diuidemus triangulū LFG per re-
ctam lineā LO , ita vt triangulū LFO ad triangulum LOG
eandē proportionē habeat, quā FN ad NM . Similiter de
monstra-

mōstrabitur pētagonū $LABCFO$ ad triangulū LOG ita esse, vt KN ad NM , hoc est vt D ad E , qđ fecisse oportebat *exagonum*

Sit hexagonum $ABCFGH$: & oporteat ipsum diuidere per rectam lineam ab angulo A ductam, ita vt partes eandem habeant proportionem, quam D ad E . Iungatur AF : & ipsa CF ex vtraque parte producta, fiat triangulū AKF equale qua-

drilatero $ABCF$:

& triangulū AFM equale qua-

drilatero $AFGH$

ex proxime demō-

stratis. erit totum

triangulū AKM

hexagonū AB

$CFGH$ equale.

Secetur ergo KM

in N , ita vt sit K

N ad NM , sicut

D ad E . Et si punctum N cadit in KF , diuidemus quadri-

laterum $ABCF$ per rectam lineam ab angulo A ductā,

ita vt partes proportionem habeant eandem, quam KN

ad NF . Sed si N cadit in FM , diuidemus quadrilaterum

$AFGH$ in proportionem FN ad NM : & ita hexagonum

$ABCFGH$ diuisum erit in proportionem KN ad NM ,

hoc est in proportionem D ad E datam. Sumatur in la-

tere AH

punctum

L , a quo

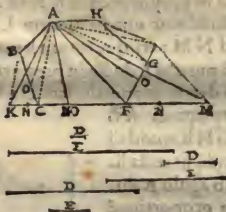
velimus

ducere re-

ctā lineā,

quę hexa-

gonū diui-



dat

dat in datam proportionem. Iungatur LF : & producta CF constituatur triangulum LKF æquale p̄tagono $LABCF$: & triagulum LFM æquale quadrilatero $LFGH$, ita vt totū triagulum LKM toti hexagono $ABCFGH$ sit æquale. Rursus secetur KM in N secundum proportionem datam D ad E : & si punctum N cadit in KF , diuidatur pentagonum $LABCF$ recta linea ab angulo L ducta in proportionem KN ad NF : & si cadit in ipsa F M , diuidatur quadrilaterum $LFGH$ in proportionē FN ad NM : eritque totum hexagonum diuisum recta linea à puncto L ducta in proportionem KN ad NM , hoc est in datam proportionem D ad E .

Sit heptagonū AB

$CFGHK$, quod di

uidendū sit recta li-

nea ab āgulo A du-

cta in proportionē

D ad E . Iūgatur A

G ; fiatque triangu-

lum AMG æquale

pentagono $AECFG$

& triangulum AGN æquale quadrilatero $AGHK$, vt sit

totum triagulum AMN heptagono $ABCFGHK$ æqua-

le. Secetur MN in O iuxta proportionē D ad E . & si O ca-

dit in MG diuidetur p̄tagonū $ABCFG$ in p̄portionē MO

ad OG ducta recta linea AP : & si cadit in GN , diuide-

tur quadrilaterū $AGHK$ in p̄portionē GO ad ON : atq;

erit heptagonū diuisum in proportionem MO ad ON .

Sumatur postremo in latere AK punctū L : & p̄ L ducē

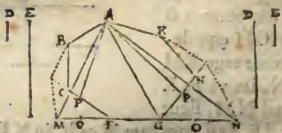
da sit recta linea heptagonū diuidens in datā p̄portionē.

Iungatur LG , & cōstituatur triangulū LMG æquale he-

xagono $LABCFG$: & triangulū LGN æquale quadri-

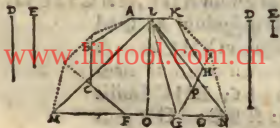
latero $LGHK$, adeo ut totum triangulū LMN heptago-

no $ABCFGHK$ sit æquale. Rursus secetur MN secundum



dum

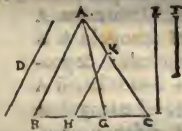
dum datā pportionē in O : & si O cadit in MG , diuide-
mus hexagonum
in pportionem
 MO ad OG . at
si cadit in GN ,
quadrilaterū in
pportionem G
 O ad ON diui-
demus; eritq; to-
tum heptagonū
diuisum in pportionē MO ad ON . hoc est in ppor-
tionē D ad E datā. & eodē modo in aliis figuris procede-
mus, quotquot lateribus siue angulis cōtineantur. quod
facere oportebat.



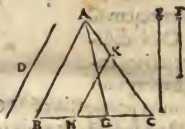
PROBLEMA II.

Figuram rectilineam in datam pportionē
diuidere per rectam lineam alteri datæ lineæ
æquidistantem,

Sit triangulum ABC : data autem recta linea sit D :
& oporteat triangulum diuidere in pportionē E ad F .
per rectam lineā ipsi D æquidistantem. Secetur BC in pū-
cto G , ita vt BG ad GC p-
portionem habeat eādem,
quā E ad F . Vel igitur D æ-
quidistat vni laterū triāgu-
li, vel nulli æquidistat. æ-
quidistat primū lateri AB :
& inter lineas BC, CG su-
matur media proportiona-
lis CH : perq; H ducatur HK ipsi BA æquidistans. Dico
rectā lineā HK diuidere triangulū, vt proponitur. iuncta
enim



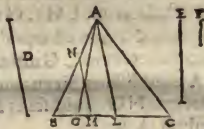
enim AG , erit triangulum ABG ad AGC triangulū, vt EG ad GC : hoc est vt E ad F : & componēdo triangulum ABC ad ipsum AGC , vt BC ad CG . Vt autem BC ad CG , ita triangulum ABC ad triangulum KHC ex 9. scilicet elementorum, nā triangula AEC ; KHC similia sunt: & BC ad CG proportionem habet duplam eius, quæ est BC ad CH . quare triangulum KHC triangulo AGC est equalē: & reliquum quadrilaterū $ABHK$ æquale triangulo ABG . quadrilaterum igitur $ABHK$ ad KHC triangulū proportionē habet eandem, quā ABG triangulū ad triangulum AGC , videlicet quam E ad F . Similiter idem demonstrabitur, cum linea D æquidistat lateri BC , vel CA .



Quod si nulli æquidistat, ducatur AL ipsi D æquidistās. Itaque vel punctum G cadit inter L & C , vel inter B & L . si quidem inter L & C , sumatur inter LC , CG media proportionalis CM : & ducatur MN æquidistās AL . erit ex iis, quæ proxime demonstrauimus, triangulum NMC æquale triangulo AGC : & quadrilaterū $ALMN$ triangulo ALG . quare addito vtrique communi triangulo ABL , quadrilaterum $ABMN$ triangulo ABG est æquale: & propterea quadrilaterū $ABMN$ ad triangulum NMC eādem proportionē habet, quā E ad F . Si vero G cadit inter B & L , rursus inter LB

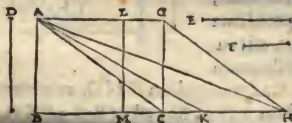


B G media proportionalis sumatur B M, & ducatur M N ipsi A L æquidistans. eadem ratione triangulum N B M æquale erit triangulo A B G: & quadrilaterum A N M L triangulo A G L: ergo addito utriq; A L C triangulo, quadrilaterum A N M C æquale est triangulo A G C. triangulum igitur A B C in datam proportionem diuiditur per rectam lineam ipsi D æquidistantem, quod fecisse oportebat.



Sit quadrilaterum A B C G, quod oporteat diuidere in proportionem, quam habet E ad F per rectam lineam ipsi D æquidistantem. Itaque vel D æquidistat alicui laterum quadrilateri, vel non æquidistat. æquidistet primum lateri

A B: & iuncta A C ducatur a puncto G ipsi A C æquidistans G H, quæ cum recta linea B

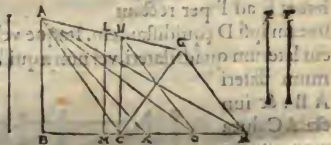


C protracta conueniat in H; & A H iungatur. ergo triangulum A C H ex iam dictis est æquale triangulo A C G; & addito utrique cõi A B C, erit A B H triagulum quadrilatero A B C G æquale. Secetur B H in puncto K, ita ut B K ad K H eandem proportionem habeat, quam E ad F; & iungatur A K. Vel igitur latus quadrilateri C G est æquidistans ipsi B A, vel non: & si sit æquidistans, ut cumque cadat punctum K, applicetur ex decima antecedentis libri ad lineam A B superficies A B M L æqualis triangulo A B K, ita ut LM ipsi ab æquidistet. Dico LM problema efficere. Quo

I niam

nam enim triangulum ABH est æquale quadrilatero $ABCG$, & triangulum ABK quadrilatero $ABML$ erit reliquum triangulum AKH reliquo quadrilatero $LMCG$ æquale. ergo quadrilaterum $ABML$ ad quadrilaterum $LMCG$ est vt triangulum ABK ad triangulum AKH . triangulum autem ABK ad ipsum AKH est vt BK ad KH ; videlicet vt E ad F . quadrilaterum igitur $ABML$ ad quadrilaterum $LMCG$ est vt E ad F .

Si vero CG non est æquidistans lateri BA , ducatur ab altero punctorum C intra quadrilaterum recta linea ipsi BA æquidistans. Sit autem nunc CN , atque a puncto N ducatur NO æquidistans AC , & AQ iungatur. erit triangulum ABO quadrilatero $ABCN$ æquale; ergo si punctum K caderet in O , linea CN problema efficiet. erit .n. quadrilaterum



$ABCN$ ad triangulum CNG , vt triangulum ABO ad triangulum AOH , hoc est vt BK ad KH , & vt E ad F .

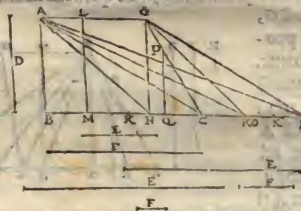
Quod si K cadat inter BO , ad lineam AB ex decima ante dicta applicabimus superficiem æqualem triangulo ABK , quæ sit $ABML$, vt LM æquidistat ipsi AP , quam similiter demonstrabimus diuidere quadrilaterum $ABCG$, vt proponebatur.

Denique si cadat inter OH , per lineam PQ ipsi NC æquidistantem diuidemus triangulum NCG in proportionem, quam habet OK ad KH , hoc est quam triangulum AOH habet ad triangulum AKH , & cum triangulum NCG sit æquale triangulo AOH , erit superficies NCP æqualis triangulo AKH , & triangulum PQG æquale triangulo

angulo AKH .
 pentagonum i-
 gitur $AB C Q$
 P triangulo A
 $B K$ est equale,
 & habet ad tri-
 angulum $P Q G$
 eandem propor-
 tionem, quam
 $B K$ ad $K H$, hoc est quam E ad F .

Non aliter
 propositum as-
 sequemur, si a
 puncto G ducatur
 intra quadri-
 laterum G
 N ipsi $A B$ æ-
 quidistans, ut
 in alia figura
 apparet. iunctis
 enim $A N, A C$,
 & a puncto G
 ducta GO , que

ipsi $A N$ equidistat, & ducta CH , que equidistat AC , postremo jungantur $A O, A H$. erit triangulū $A B O$ quadrilatero $A B N G$ equale, triangulumq; $A B H$ æquale quadrilatero $A B C G$. Et si punctum K cadet in O , recta linea NG problema absoluet. Si inter $B O$, similiter faciemus, ut in superioribus dictū est. Quod si inter $O H$, a triangulo $G N C$ abscindemus superficiē $G N Q P$ triangulo $A O K$ equalē, ducta $P Q$ ipsi $G N$ equidistat, & factū ita erit, quod proponatur. Si autē D nō equidistat alicui lateri quadrilateri $A B C G$, ducatur ab altero punctorum $A B$ intra quadrilaterum recta linea ipsi D æquidistans. Sit autem primum



A C & similiter demonstrabimus quadrilaterum ABCG diuisum esse in proportionem E ad F. quod facere oportebat. Non aliter procedemus, si iuncta B G ipsi D æquidistat.

Sit pentagonum ABCGH, & opus sit ipsum diuidere in proportionem

E ad F per rectam lineam æquidistantem ipsi D. Ducatur ab aliquo puncto, siue ab angulo, siue a latere ad basim recta linea ipsi D æquidistans, ita ut vel quadrilaterum ex utraque parte, vel ex altera quadrilaterum ex altera triangulum abscindat. basim vero

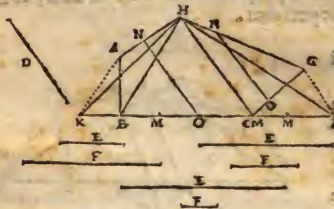


pentagoni satius quodcūq; apposite ad lineam D statuimus. Ut in prima figura ducatur a puncto H recta linea HI æquidistans ipsi D: & iunctis HB, HC ducatur a puncto quidem A ipsi HB æquidistans AK, quæ cum CB producta conueniat in K: a puncto autem G ducatur GL æquidistans HC, conueniensq; cum BC producta in L, & HK, HL iungantur: erit triangulum HKI æquale quadrilatero ABFH, & triangulum HIL quadrilatero HICG; totumq; triangulum HKL toti pentagono æquale. Diuidatur KL in proportionem E ad F in puncto M. Itaque vel M cadit in I, vel inter KI, vel inter IL. Et si quidem in I recta linea HI problema efficiet. quadrilaterum enim ABFH ad quadrilaterum HICG est ut HKI triangulum ad triangulum HIL, hoc est ut K I ad I L, hoc est ut E ad F. Si vero cadit inter KI, diuidemus ex ante demonstratis quadri-

laterum

laterum $ABIH$ in proportionē KM ad MI per rectam lineam NO ipsi HI æquidistantem. & si cadit inter I, L , similiter diuidemus quadrilaterum $HICG$ in proportionem IM ad ML , ducta NO æquidistante ipsi HI : & diuidet NO pentagonū $ABCGH$ in datā proportionem, quod eodem, quo supra modo demonstrauimus.

Rursus in alia figura, in qua HC æquidistat ipsi D iuncta HB , constituatur triangulo HAB æquale triangulum HKB , & triangulo HCG æquale triangulum HCL erit triangulum HKC æquale quadrilatero $ABCH$, & totū triangulum HKL toti pentagono $ABCGH$ æquale. Itaque diuisa KL in proportionē E ad F in puncto M , si M



cadit in C , linea HC faciet id, quod propositum est, si inter KC diuidemus quadrilaterum $ABCH$ in proportionem KM ad MC , si vero inter CL diuidemus triangulum HCG in proportionem CM ad ML , & pentagonum in datam proportionem diuisum erit.

Non aliter fiet si recta linea HB æquidistat ipsi D ; cōstruetur enim triangulum HKB æquale triangulo HAB , & triangulum HBL æquale quadrilatero $HBCG$. Quare si punctum M cadit in B , linea HB faciet illud, quod proponebatur. Si inter KB diuidetur triangulum

gulus H

A B in

propor-

tionē K

M ad M

B Quod

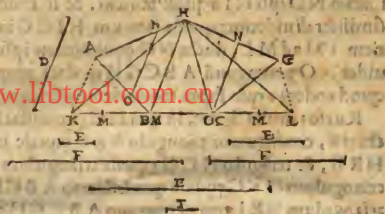
si cadit

inter B

L, diui-

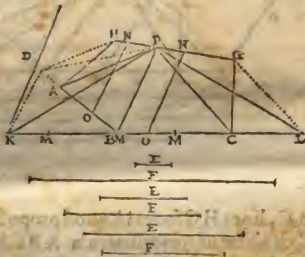
det qua-

drilate-



rum H B C G in proportionem B M ad M L; & factum erit, quod oportebat.

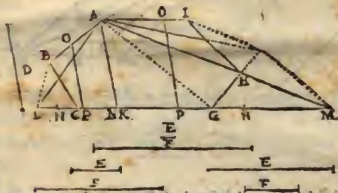
Postremo si B P æqui distet ipsi D, vt in alia figura, constituemus triangulū P K B æquale quadrilatero P H A B, triangulūq; P B L quadrilatero P B C G:



& si punctum M cadit in B, ipsa B P faciet, quod proponitur: si inter K B, diuidemus quadrilaterū P H A B in proportionem K M ad M B. Quod si inter B L quadrilaterū P B C G in proportionē B M ad B L diuidemus, & similiter faciemus in aliis pentagonis, & factum iam erit, quod oportebat.

Sit hexagonum A B C G H I, & oporteat ipsum diuidere

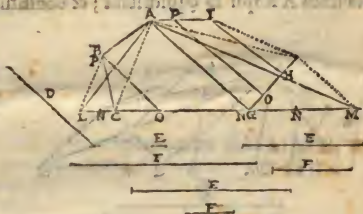
dere in proportionem E ad F per rectam lineam ipsi D æquidistantem. Ducatur ab aliquo puncto ad basim recta linea æquidistans ipsi D; ita vt vel quadrilaterum, vel pentagonum ex vtraque parte, vel ex altera quidem parte triangulum, vel quadrilaterum, ex altera vero pentagonum abscindat, vt in proposita figura, ducatur a puncto A recta linea AK ipsi D æquidistans; & constituatur



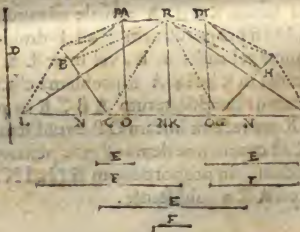
quadrilatero quidem ABCK æquale triangulum ALK, pentagono autem KGHIA æquale triangulum AKM. Deinde LM in proportionem E ad F diuidatur in puncto N, quod vel cadet in K, vel inter LK, vel inter KM. Si cadet in K linea AK problema efficiet, si inter LK diuidemus quadrilaterum ABCK in proportionē LN ad NK per rectam lineam OP æquidistantem AK. Si inter KM ex proximè demonstratis pentagonum AKGHI diuidemus in proportionem KN ad NM recta linea OP ipsi AK æquidistante.

Si

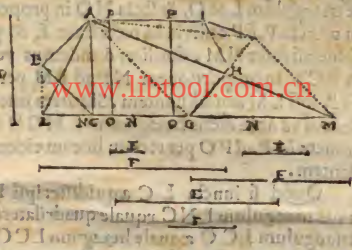
Si autem iuncta A G æquidistet ipsi D , rursus constituemus triangulum ALG æquale quadrilatero $AECG$ & triangulum AGM quadrilatero $A GHI$, atque alia faciemus, ut sæpius dictum est.



Quod si RK æquidistet ipsi D , constituemus triangulum RLK æquale pentagono $RABCK$, & triangulum RKM æquale pentagono $KGHIR$.



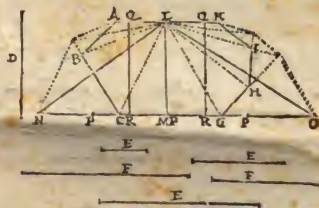
Postremo si iun-
da AC &
quidistet
ipfi D, co-
stituemus
triangulo
ABC &
quale tri-
gulum A-
LC, & pe-
tagono A



CGHI equale triangulo ACM, alla vero vt in superiori-
bus faciemus, & hexagonu diuifum erit, vt oportebat.

Sit heptagonu ABCGHK, quod diuidedu fit in pro-
portione

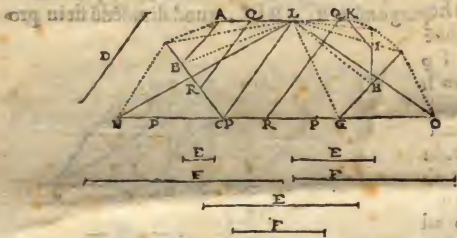
E ad F p
rectam li-
neâ equi-
distâtem
ipfi D. du-
catur ab
aliquo
pucto ad
basim re-
cta linea



ipfi D equi-
distans, q
vel abscindat pentagonum ex vtraque parte, vel ex altera
quidem parte triangulum, siue quadrilaterum, siue pen-
tagonum, ex altera vero hexagonum, vel ex altera quadri-
laterum, & ex altera pentagonum. vt in prima figura, in
qua LM equidistat ipfi D, constituemus pentagono L A B
C M & quale triangulum L N M, & hexagono L M G H K
& quale

æquale triângulum LNM, & hexagono LM GHIK equa-
le triângulum LMO, & secta NO in proportionē E ad F
in puncto P, si P cadit in recta linea LM problema ab-
soluet: si inter NM, similiter diuidemus pentagonum L
ABC M in proportionem NP ad PM per rectam lineā
QR ipsi LM æquidistantem. Si autem inter MO, diui-
demus ex ante dictis hexagonum LMGHIK in propor-
tionem MP ad PO per rectam lineam eidem LM æquidi-
stantem.

Quòd si iuncta LC æquidistet ipsi D, constitue-
mus triângulum LNC æquale quadrilatero LABC, &
triangulum LCO æquale hexagono LCGHIK, atque
alia faciemus, sicuti in superioribus; eritque heptagonū



diuisum, vt oportebat. Et similiter faciemus in aliis he-
ptagonis. Eodem modo & reliquas figuras rectilneas
quotcunque latera habeant in datam proportionem diui-
demus per rectam lineam datę lineę æquidistantem, quod
faciendum proponebatur.

FINIS.

Jo: Camillus Christy

www.libtool.com.cn