Die graphische Untersuchung

der

Centrifugalregulatoren.

Von

Gustav Herrmann,

Professor an der Technischen Hochschule in Aachen.

Mit 2 lithographirten Tafeln.

Berlin 1886.

Verlag von Julius Springer

Monbijouplatz 3.

Sonderabdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure,
1886, No. 13 und 15.

Vorwort.

Von der vorliegenden kleinen Arbeit über Centrifugalregulatoren, welche zuerst in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure gedruckt wurde, hat die Verlagsbuchhandlung geglaubt, dass sie auch in weiteren Kreisen von Fachleuten Interesse erwecken könne, und es ist daher diese besondere Ausgabe entstanden.

Ich würde mich aufrichtig freuen, wenn die Arbeit den ausführenden Technikern von einigem Nutzen sein könnte, und wenn sie dazu beitragen sollte, der graphischen Methode neue Freunde zu gewinnen.

Aachen, im April 1886.

Gustav Herrmann.

Bei der Wichtigkeit, welche die Regulatoren für den regelmäfsigen Betrieb der Maschinen haben, ist es erklärlich, dass man der Construction dieser Maschinenorgane immer eine besondere Aufmerksamkeit zugewandt hat. Die vergleichsweise Einfachheit, welche insbesondere der Centrifugalregulator im Vergleiche mit anderen vorgeschlagenen Einrichtungen besitzt, ist als Ursache der grofsen Verbreitung gerade dieses Regulators anzusehen, welcher im Laufe der Zeit zwar mancherlei Abänderungen der ihm ursprünglich von Watt gegebenen Einrichtung erfahren hat, ohne dass jedoch eine grundsätzliche Aenderung in seiner Wirkungsweise vorgenommen worden wäre. Die letzten Jahrzehnte insbesondere haben eine Reihe verschiedener Constructionen des Centrifugalregulators entstehen sehen, welchen von ihren Erfindern oder Erzeugern in der Regel allerlei wünschenswerte Eigenschaften nachgesagt werden; grofse Gleichförmigkeit des Ganges, ein hoher Grad von Empfindlichkeit sowie eine erhebliche Energie sind meistens die gerühmten Vorzüge der in Ankündigungen und Preislisten vorgeführten Regulatoren. Der praktische Techniker, für welchen diese Anzeigen berechnet sind, ist dabei meistens in der Lage, die gemachten Versprechungen in gutem Glauben hinnehmen zu müssen, da ihm eine Prüfung der dargebotenen Construction auf die behaupteten Eigenschaften hin nur in den seltensten Fällen möglich sein wird. Es ist zwar kein Mangel an wissenschaftlichen Arbeiten über die Wirkungsweise der Regulatoren, welche von den ausgezeichnetsten Gelehrten zum Gegenstande theoretischer Entwickelungen gemacht worden ist, aber diese Arbeiten erfordern fast immer erst ein eingehendes Studium, zu welchem dem ausführenden Ingenieur selten die Zeit zu Gebote steht, ganz abgesehen davon, dass ihm die Gewandtheit in analytischen Rechnungsoperationen meistens bei seiner praktischen Thätigkeit abhanden gekommen ist, wenn ihm dieselbe auch in seinen Studienjahren zu eigen war. Man muss bedenken, dass die in verschiedenen Fachschriften oder in besonderen Werken niedergelegten Theorien der Regulatoren meistens für ganz bestimmte Anordnungen gelten, und wenn auch in vielen Fällen die allgemeinen Grundsätze angegeben sein werden, nach denen abweichende Constructionen zu beurteilen sind, so erfordert doch häufig die nach diesen allgemeinen Grundsätzen vorzunehmende Entwickelung einer neuen Gleichung für die abgeänderte Construction eine nicht geringe Fertigkeit in den analytischen Operationen. Aber gesetzt auch, dieselbe wäre vorhanden und das eingehende und zeitraubende Studium der einschlagenden Arbeiten würde vorgenommen, so würde doch das erreichte Resultat kaum im Verhältnisse zu dem Aufwande von Zeit und Mühe stehen. Dies wird wenigstens für den Fall gelten, dass es einen anderen Weg giebt, der in einfacherer Art das Ziel erreichen lässt. Dieser Weg ist in der *graphischen Methode* geboten. Es ist leicht zu zeigen, dass diese Methode in ihrer Anwendung auf die Centrifugalregulatoren mehr erreichen lässt, als die spitzfindigsten analytischen Theorien bisher ergeben haben. Um dies zuzugeben, braucht man nur einmal nachzusehen, in wie weit die bisher bekannt gewordenen Theorien so wichtige Einflüsse behandeln, wie sie z. B. durch die Centrifugalkraft der *Arme und Lenkerstangen* des Regulators ausgeübt werden. In den meisten Fällen werden diese Massen *gar nicht* berücksichtigt, und man tröstet sich damit, dass die Massen dieser Teile unbedeutend gegen die eigentlichen Schwungmassen seien, jedenfalls ein eigentümlicher Trost angesichts eines so zarten Instrumentes, wie es ein Regulator doch seiner Natur nach immer ist. Will man aber doch die Massen der genannten Teile und insbesondere deren

Centrifugalkräfte berücksichtigen, so nehmen die Formeln, welche man erhält, eine derartig zusammengesetzte Gestalt an, dass man wohl nicht ernstlich dem ausführenden Ingenieur die Geduld zumuten wird, welche der Gebrauch und noch mehr die Entwickelung solcher Formeln erfordern. Es fehlt zwar nicht an vortrefflichen Arbeiten, welche, wie z. B. die von Schadwill[1]), sich besonders mit den Massenwirkungen des Centrifugalregulators befassen; dass aber die darin gefundenen Resultate sich in einer zum praktischen Gebrauche bequemen Gestalt befänden, dürfte sich nicht behaupten lassen.

Noch viel weniger als den Massenwirkungen der Arme und nebensächlichen Teile hat man bisher den Reibungswiderständen in den Gelenken des Regulators Aufmerksamkeit geschenkt. Wenigstens ist mir keine Theorie bekannt geworden, in welcher der Einfluss dieser Widerstände auf die Wirkungsweise des Regulators in den entwickelten Formeln zum Ausdrucke gebracht wäre. Wenn man auch hierbei meistens anführt, dass der Betrag dieser Widerstände zu gering sei, um eine besondere Beachtung zu verdienen, so dürfte doch wohl die Bemerkung nicht fern liegen, dass diese Widerstände, so klein oder grofs sie auch sein mögen, wahrscheinlich nicht ohne Einfluss auf die Empfindlichkeit und die Energie des Regulators sein werden, welche Gröfsen in der Regel mit einer ganz besonderen Genauigkeit festgestellt werden. Allerdings würde eine rechnerische Ermittelung der Reibungswiderstände zu so verwickelten Formeln führen, dass deren praktischer Wert ein sehr geringer sein müsste, indem diese Widerstände nicht nur von den Gewichten und der Centrifugalkraft der einzelnen Teile, sondern auch von der Lage der letzteren, also von den Dimensionen und der gegenseitigen Stellung derselben zu einander, abhängen. Aus dem Grunde hat man denn auch diese Widerstände bisher in den Formeln niemals zum Ausdrucke gebracht, wenigstens ist mir davon nichts bekannt geworden.

---

[1]) Verhandl. des Vereines zur Bef. des Gewerbfl. Jahrgang 1880 u. 1881.

Es ist dagegen verhältnismäfsig einfach, auf dem graphischen Wege nicht nur den Einfluss der Reibungswiderstände, sondern auch die Massenwirkungen der einzelnen Teile des Regulators in genügender Weise zu berücksichtigen. Hierzu ist eine aufsergewöhnliche Fertigkeit oder Geschicklichkeit nicht erforderlich, die Untersuchung setzt vielmehr nur die Kenntnis der elementaren Regeln über die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte voraus und gewährt diejenige Genauigkeit der Resultate, die bei der Ermittelung der Reibungswiderstände überhaupt nur erreichbar und für praktische Ausführungen nur nötig ist. Aus diesen Gründen schien es mir nicht zwecklos, hier eine dem angedeuteten Zwecke dienende graphische Methode zur Untersuchung der Centrifugalregulatoren anzugeben, da mir nicht bewusst ist, dass eine solche Methode schon bekannt gemacht sei. Man hat zwar auch für die Regulatoren schon mehrfach graphische Darstellungen zur Anwendung gebracht, so z. B. in den oben angeführten Veröffentlichungen von Schadwill, doch laufen diese Darstellungen im wesentlichen darauf hinaus, die durch die Rechnung gefundenen analytischen Formeln graphisch auszudrücken, ein Vorgang, welcher wohl kaum Vorteile vor der directen numerischen Ausrechnung versprechen dürfte. Es mag hier noch bemerkt werden, dass im folgenden auf das eigentliche Wesen der Regulirung von Kraftmaschinen nicht eingegangen werden soll, daher solche Fragen, wie diejenigen nach den Vorzügen der directen oder indirecten Uebertrager oder der statischen und astatischen Regulatoren nicht behandelt werden sollen; es soll vielmehr die Untersuchung lediglich auf das eigentliche Tachometer beschränkt bleiben.

Kräfteplan der Regulatoren.

Die Centrifugalregulatoren haben, so verschieden sie auch sein mögen, mit einander eine umlaufende Spindel gemein, mit welcher zwei oder mehrere pendelförmige Organe so verbunden sind, dass dieselben um ihre Aufhängeachsen schwingen können, welche zur Achse besagter Spindel senkrecht sind.

Die Spindel selbst ist in fast allen Fällen, Schiffsregulatoren etwa ausgenommen, senkrecht aufgestellt, so dass also die gedachten Pendel auch nur in senkrechten Ebenen schwingen können. Bei der folgenden Untersuchung soll, wie gebräuchlich, immer nur eins dieser Pendel inbetracht gezogen werden. Dieses Pendel steht bei allen hier zu besprechenden Regulatoren unter dem Einflusse gewisser Belastungen, meistens durch Gewichte, zuweilen auch durch Federn ausgeübt, und unter der Wirkung der Centrifugalkräfte gewisser an der Spindeldrehung teilnehmender Massen. Zwischen diesen verschiedenen Kräften muss für irgend eine Lage des Regulators Gleichgewicht bestehen, wenn das Pendel in dieser Lage relativ gegen die Spindel in Ruhe verbleiben soll. Es handelt sich daher zunächst um die Untersuchung des Gleichgewichtes für eine zugrunde gelegte Stellung des Regulators. Diese Untersuchung ist mit Hilfe des Kräfteplanes in jedem Falle leicht zu führen, indem man dabei nur zu beachten hat, dass ein an einer Achse aufgehängtes Pendel unter der Einwirkung beliebiger Kräfte nur dann im Gleichgewichte sein kann, wenn die Mittelkraft aller darauf einwirkenden Kräfte durch diese Achse hindurchgeht. Von der Umdrehung der Spindel kann man hierbei ganz absehen und das Pendel wie ein solches betrachten, das an einer im Raume absolut ruhenden Achse aufgehängt ist, da es sich doch nur um die relative Bewegung des Pendels gegen die Achse handelt. Es soll im folgenden der Kräfteplan für einige der meist angewandten und bekannten Regulatorconstructionen entworfen werden, und zwar soll dabei zunächst von den Widerständen der Reibung an den einzelnen Gelenkbolzen oder in den angewandten Führungen abgesehen werden, indem der Einfluss dieser Widerstände später besonders untersucht werden soll. Die Gewichte der einzelnen Teile werden in deren Schwerpunkten wirkend angenommen, während alle einzelnen auf das Pendel wirkenden Fliehkräfte zu einer einzigen vereinigt gedacht werden sollen, was immer möglich ist, da diese Kräfte sämmtlich in einer Ebene, nämlich in der Schwingungsebene des Pendels, gelegen sind. Es soll ferner die resultirende

Centrifugalkraft, welche ein bestimmtes Drehungsmoment auf das Pendel inbezug auf dessen Aufhängeachse ausübt, ersetzt gedacht werden durch eine in dem Schwerpunkte des Pendelgewichtes angreifende Centrifugalkraft von solcher Gröſse, dass diese Kraft auf das Pendel dasselbe Drehungmoment ausübt, wie die wirkliche Mittelkraft aller einzelnen Fliehkräfte. Eine solche Ersetzung ist deswegen angängig, weil es sich hier nur um das Gleichgewicht des Pendels inbezug auf eine Schwingung um die Aufhängeachse handelt; in welcher Weise diese Kraft gefunden werden kann, wird sich weiterhin ergeben.

Der gewöhnliche, hier als bekannt vorauszusetzende Watt'sche Regulator ist in seiner wesentlichen hier inbetracht kommenden Anordnung in Fig. 1 dargestellt. Das Pendel AK ist bei A, also auſserhalb der Spindel A_1A_2, aufgehängt und am freien Ende mit dem kugelförmigen Gewichte K belastet. Die mittels der Hängeschiene DB bei B angehängte Hülse H wird als unbelastet vorausgesetzt, d. h., man kann annehmen, das Eigengewicht dieser Hülse und der mit ihr verbundenen Teile sei durch eine besondere in der Figur nicht weiter angedeutete Einrichtung ausbalancirt. Das Gewicht der Kugel sei G_k, das des Pendelarmes $AK = G_a$ und das der Hängeschiene $DB = G_b$. Diese Gewichte greifen in den bezüglichen Schwerpunkten: G_k in K, G_a in E und G_b in F an, und zwar wirke das Gewicht G_b mit der einen Componente G_{b_1} am Pendelarm in D, während der Anteil G_{b_2} an der Hülse in B wirkend zu denken ist. Zunächst kann man die auf den Pendelarm wirkenden Gewichte G_k, G_a und G_{b_1} nach den bekannten Regeln der Zusammensetzung paralleler Kräfte zu einer Mittelkraft G vereinigen, wozu die Construction in der Figur nicht weiter angegeben ist. Man kann zu diesem Zweck entweder zuerst zwei Kräfte, G_a und G_{b_1}, zu einer Mittelkraft zusammensetzen und diese dann mit G_k vereinigen oder sich auch des aus der graphischen Statik bekannten Seilpolygons bedienen.

Denkt man sich nun alle auf das Pendel AK und die Hängestange DB wirkenden Fliehkräfte gleichfalls zu einer

Mittelkraft vereinigt und dieselbe nach dem oben gesagten ersetzt durch eine in K wagerecht wirkende Centrifugalkraft C, deren Moment inbezug auf A denselben Wert hat, wie dasjenige der genannten Mittelkraft, so ergiebt sich aus der Vereinigung von G und C eine durch deren Durchschnittspunkt s gehende resultirende Kraft R. Diese Resultirende muss wegen der Bedingung des Gleichgewichtes durch den Aufhängepunkt A des Pendels gerichtet sein, also die Richtung $s\,A$ haben. Macht man daher nach einem beliebigen, der Gröfse der Zeichnung entsprechend zu wählenden hinreichend grofsen Mafsstabe die Strecke $s\,b$ gleich dem Gewichte G und zieht durch den Endpunkt b eine Horizontale, so erhält man in der auf dieser zwischen $s\,b$ und $A\,s$ gelegenen Strecke $b\,a$ das Mafs für die Gröfse der auf den Punkt K reducirten Centrifugalkraft C. Ebenso stellt die Strecke $s\,a$ nach dem gewählten Kräftemafsstabe die Wirkung des Pendels auf den Aufhängepunkt A vor, oder es ist $a\,s$ die Reaction R der Achse A auf das Pendel.

In Fig. 2 ist der Kräfteplan für einen Porter'schen Regulator gezeichnet. Die auf der Spindel $A_1\,A_2$ senkrecht verschiebliche Hülse ist hier durch das schwere Gewicht $2\,H$ belastet, und die Belastung G_k des Pendels $A\,K$ hierbei in dem Anhängepunkte der Hängestange angebracht. Vereinigt man zunächst wieder die Gewichte G_a und G_{b_1} der Arme mit demjenigen G_k des Pendelgewichtes, so erhält man die Wirkung des Gewichtes $G = G_a + G_{b_1} + G_k$ in der senkrechten Richtung $a\,b$. Das Gewicht H von der Hälfte der Hülse zerlegt sich in eine Seitenkraft nach der Richtung der Hängestange KB und eine wagerechte Componente, welche letztere von der Hülse selbst aufgenommen wird, indem auf dieselbe eine gleich grofse entgegengesetzt gerichtete Kraft von dem anderseitigen Pendel ausgeübt wird. Die in der Stange $K\,B$ auftretende Componente setzt sich mit dem Gewichte G zu einer durch den Durchschnittspunkt s_1 gehenden Mittelkraft zusammen. Trägt man daher von s_1 aus das halbe Gewicht H der Hülse nach einem beliebigen Mafsstabe als die Strecke $s_1\,b$ senkrecht an und zieht durch b die Horizontale, so erhält man auf der letzteren die von der Hülse aufgenommene Componente $c\,b = N$, während $s_1\,c$ die Kraft ergiebt, mit welcher die Hängestange auf das Pendel wirkt. Trägt man weiter das Gewicht $G = a\,s_1$ senkrecht über s_1 auf, so liefert die Verbindungslinie $c\,a$ der Gröſse und Richtung nach die durch s_1 gehende Mittelkraft M. Diese Mittelkraft und die in K zu denkende reducirte Centrifugalkraft C ergeben dann eine Resultirende R, die wegen des Gleichgewichtes durch den Aufhängepunkt A gehen muss. Wenn man deshalb den Durchschnitt s von M und C mit dem Aufhängepunkte A verbindet, und mit dieser Verbindenden eine Parallele durch c zieht, so schneidet die letztere auf der durch a gehenden Horizontallinie das Stück $d\,a$ ab, welches nach dem zugrunde gelegten Maſsstabe die auf den Angriffspunkt K reducirte Centrifugalkraft C vorstellt. Die Strecke $d\,c$ giebt wieder die Wirkung des Pendels auf den Aufhängepunkt A an.

Der Kräfteplan für den bekannten Pröll'schen Regulator ist in Fig. 3 gezeichnet. Bei diesem Regulator ist das Pendel $B\,K$ bei B an der beschwerten Hülse drehbar befestigt, so dass der Drehpunkt B an der auf- und absteigenden Bewegung der Hülse teilnimmt, während ein anderer Punkt D des Pendelarmes mittels der Hängeschiene $A\,D$ bei A drehbar mit der Achse $A_1\,A_2$ verbunden ist. Vermöge dieser Anordnung hat der feste Drehpunkt A das ganze Gewicht des Pendels sowie der Hülse zu tragen, und man erhält demgemäſs den in der Hängestange $A\,D$ auftretenden Zug, wenn man von A aus die Strecke $A\,d$ gleich der Summe der Gewichte der halben Hülse H und des Pendels G anträgt und durch d wagerecht zieht. Dann ist $A\,b$ der in der Stange $A\,D$ auftretende Zug, welcher mit dem Gewichte G des Pendels zusammen eine durch den Schnittpunkt s_1 gehende Mittelkraft M liefert. Die Gröſse und Richtung dieser Mittelkraft wird erhalten, wenn man $A\,c = G$ macht und $b\,c$ zieht. Da die besagte Mittelkraft M mit der in K angreifenden Centrifugalkraft C in dem Punkte s_2 sich schneidet, so folgt wieder, dass $B\,s_2$ die Richtung angeben muss, in welcher eine Einwirkung auf den Hülsenzapfen seitens des Pendels stattfindet.

Wenn man daher die Mittelkraft $c\,b$ in die beiden Componenten $c\,e$ wagerecht und $e\,b$ parallel mit $s_2 B$ zerlegt, so erhält man in $c\,e$ die auf den Mittelpunkt K der Kugel reducirte Centrifugalkraft C, während $b\,e$ die auf die Hülse übertragene Kraft vorstellt.

In Fig. 4 ist der Kräfteplan des Buss'schen Regulators gezeichnet. Bei diesem Regulator schwingt das in Form eines Winkelhebels $P\,A\,K$ ausgeführte Pendel um den mit der Achse $A_1\,A_2$ fest verbundenen Zapfen A, und es findet die Einwirkung auf die nur leichte Hülse durch ein in B angreifendes Glied statt. Hier hat man einfach die Gewichte aller Teile des Pendels $P\,A\,K$ und das der Hülse zu der Resultante in E in bekannter Weise zusammen zu setzen und den Durchschnittspunkt s derselben mit der in K zu denkenden reducirten Centrifugalkraft C mit dem Aufhängepunkte A des Pendels zu verbinden. Eine Zerlegung des Gewichtes $s\,a = G + H$ nach dieser Verbindenden und horizontal liefert in der letzteren Richtung die gesuchte Centrifugalkraft $a\,b = C$.

Für den sogenannten Cosinusregulator kann man nach Fig. 5 den Kräfteplan entwerfen. Bei diesem Regulator ist bekanntlich die Schwingungsachse A des Pendels in der Hülse angebracht, und nimmt daher das Pendel an der auf- und abgehenden Hülsenbewegung teil. Das Pendel selbst besteht hierbei aus dem dreiarmigen Hebel $A\,B\,D\,K$, dessen beide Arme $D\,A$ und $K\,A$ mit den Gewichten G_p und G_k versehen sind, während der mit einer Reibrolle ausgestattete Arm $B\,A$ auf einem Ansatze E der Regulatorspindel seine Stütze findet. Zum Entwurfe des Kräfteplanes denkt man sich die Gewichte aller Teile des Pendels sammt der Reibrolle zu der Resultirenden G zusammengesetzt und in dem Stützpunkte der Rolle eine zur Stützfläche daselbst normale, also durch den Rollenmittelpunkt gehende Stützreaction angebracht. Die Gröfse dieser Reaction R_1 ist gleich der Summe der Gewichte des Pendels G und der halben Hülse H anzunehmen, da diese Teile von dem Ansatze E der Spindel getragen werden. Setzt man diese Stützreaction R_1 mit dem

Gewichte G des Pendels zu einer Mittelkraft zusammen, so wirkt dieselbe wegen der entgegengesetzten Richtungen von R_1 und G aufserhalb beider in F, und ihre Gröfse ist gleich dem halben Gewichte der Hülse H. Hieraus ist nun die weitere Construction ersichtlich. Man hat vom Durchschnittspunkte a zwischen H und der durch K gehenden horizontalen Centrifugalkraft das halbe Gewicht H der Hülse als $a\,b$ senkrecht nach oben anzutragen und diese Kraft wagerecht und nach der Richtung der Verbindungslinie $a\,A$ zu zerlegen, um in $b\,c$ die gesuchte auf den Punkt K reducirte Centrifugalkraft C zu erhalten.

In Fig. 6 ist endlich noch der Kräfteplan für den Wernerschen Regulator angegeben. Hierbei ist das Pendel $A\,K$ an dem an der Spindel $A_1\,A_2$ festen Punkte A aufgehängt und der Hülse die Gestalt eines Hohlkegels gegeben, welcher auf den in Form von cylindrischen Rollen ausgeführten Pendelgewichten K ruht. Das Gewicht H der halben Hülse zerlegt sich hierbei in zwei Componenten, von denen die eine wagerecht gerichtete von der Hülse selbst aufgenommen wird, während die andere in dem Berührungspunkte der Rolle K senkrecht zu deren Umfange, also radial nach ihrem Mittelpunkte, gerichtet ist. Diese letztere Kraft schneidet sich mit dem Gewichte des Pendels G in dem Punkte s, durch welchen wieder die Reaction des Aufhängezapfens A hindurchgehen muss. Dementsprechend hat man in s das halbe Gewicht H der Hülse gleich $s\,a$ aufzutragen und durch a eine Horizontale zu ziehen, welche auf dem verlängerten Halbmesser der Rolle die Strecke $s\,c$ abschneidet, die der Einwirkung der Hülse auf das Pendel entspricht. Macht man ferner $s\,b$ gleich dem Gewichte G des Pendels, so erhält man in der Verbindungslinie $c\,b$ der Gröfse und Richtung nach die Mittelkraft M aus der vereinten Wirkung des Hülsen- und Pendelgewichtes. Diese Mittelkraft, welche durch den Schnittpunkt s hindurchgeht, hat man dann zu zerlegen nach horizontaler Richtung in $c\,d$ und nach der Richtung $A\,s$ des Zuges R im Aufhängepunkte A. Die in K wirkende Fliehkraft ist dann durch $d\,c$ vorgestellt.

Diese Beispiele werden genügen, um darzuthun, in welcher Weise man in jedem anderen Falle leicht durch die Verzeichnung des Kräfteplanes die Centrifugalkraft bestimmen kann, welche man in dem Schwerpunkte des Pendelgewichtes wirksam zu denken hat, wenn das Pendel in der vorausgesetzten Stellung im Gleichgewichte sein soll. Schwierigkeiten dürfte die Zeichnung dieses Kräfteplans nach dem vorher gesagten in keinem Falle verursachen. In welcher Art die Abhängigkeit der gefundenen reducirten Centrifugalkraft von den in Umschwung versetzten Massen und deren Geschwindigkeit zu beurteilen ist, wird sich aus dem folgenden ergeben.

Centrifugalkraft.

Von den Centrifugalkräften der mit dem Pendel umlaufenden Teile sind diejenigen der Spindel und der Hülse ohne Einfluss auf den Gleichgewichtszustand und müssen als innere Kräfte hier unberücksichtigt bleiben. Es handelt sich daher hier nur um die Centrifugalkraft des Pendels selbst und um diejenige der mit demselben verbundenen und an dem Umlauf teilnehmenden Stangen usw. Zur Bestimmung dieser Kräfte vergegenwärtigt man sich, dass die Centrifugalkraft einer in einem Punkte concentrirt gedachten Masse vom Gewichte G durch

$$C = \frac{G r w^2}{g} = G \frac{4 \pi^2 n^2}{3600 g} r$$

ausgedrückt ist, worin r den Abstand von der Achse in Metern, g die Beschleunigung der Schwere gleich $9{,}81^m$ und n die minutliche Umdrehungszahl bedeutet, so dass man die Winkelgeschwindigkeit (Umfangsgeschwindigkeit in dem Achsenabstande gleich 1^m) zu $w = \frac{2 \pi n}{60}$ findet. Diese Centrifugalkraft ist radial auswärts gerichtet anzunehmen, was aus dem Grunde hier besonders hervorgehoben werden mag, weil daraus hervorgeht, dass die auf die einzelnen Teile eines beliebigen Körpers, etwa eines Pendelgewichtes, wirkenden Centrifugalkräfte nicht parallel zu einander gerichtet sind, sondern um so mehr von einander abweichen, je gröfser die Richtungsverschiedenheit ihrer Achsenabstände ist. Will man daher die Fliehkräfte der einzelnen Massenteile eines solchen Gewichtes vereinigen, so kann es sich hier nur um diejenigen Componenten handeln, welche parallel der Schwingungsebene des Pendels sind, d. h. der durch die Spindel senkrecht zur Aufhängeachse gelegten Ebene, da nur diese Componenten auf den Gleichgewichtszustand des Pendels einwirken, während die dazu normalen Seitenkräfte entweder sich in dem Körper gegenseitig aufheben oder einen Zwang auf die Aufhängeachse ausüben, welcher für die vorliegende Untersuchung ohne Belang ist.

Es stelle etwa K in Fig. 7 ein mit der umlaufenden Spindel $A_1 A_2$ durch die zu $A_1 A_2$ senkrechte Aufhängeachse A verbundenes Pendel vor, für welches die Schwingungsebene daher durch $E_1 E_2$ gegeben ist. Alle in dieser Ebene gelegenen Massenteilchen sind dann Centrifugalkräften unterworfen, welche in der Richtung $K_1 K_2$ wirken und mit dem ihnen für die Schwingungsachse A zukommenden Momente den Ausschlag des Pendels anstreben. Ein in dem Punkte B_1 jedoch enthaltenes Massenteilchen ist einer Centrifugalkraft in der Richtung $B_1 C_1$ ausgesetzt, und es gilt für die Gröfse dieser Kraft der Achsenabstand $A_o B_1 = r_1$, so dass man die Centrifugalkraft dieses Massenteilchens vom Gewichte G_1 nach der angegebenen Formel gleich $C_1 = \frac{G_1 r_1 w^2}{g}$ zu setzen hat. Denkt man sich diese Kraft in die beiden Componenten $B_1 F_1$ nach der Schwingungsebene und $B_1 D_1$ senkrecht dazu zerlegt, so hat man die erstere gleich

$$B_1 F_1 = B_1 C_1 \frac{A_o B_o}{A_o B_1} = \frac{G_1 r_o w^2}{g} \frac{r_o}{r_1} = \frac{G_1 r_o w^2}{g},$$

also gerade so grofs, wie diejenige sein würde, welche dieses selbige Massenteilchen in B_o ausüben würde. Nur diese Componente $B_1 F_1$ strebt eine Drehung des Pendels um die Schwingungsachse A an, und daher ist auch nur diese Componente in dem vorliegenden Falle von Interesse. Die andere Seitenkraft $B_1 D_1$ senkrecht zur Schwingungsebene wird bei der in der Figur angenommenen Anordnung der Massen durch die entsprechende Seitenkraft $B_2 D_2$ des gleich grofsen Massenteilchens B_2 in demselben Abstande wie B_1 von der Schwingungsebene aufgehoben, so dass durch diese beiden entgegengesetzten Kräfte lediglich gewisse Spannungen in dem Materiale des Gewichtes hervorgerufen werden. Man kann daher für die vorliegende Untersuchung annehmen, die ganze Masse des Gewichtes G sei in der Schwingungsebene $E_1 E_2$ zusammengedrängt, indem man als die Drehungshalbmesser nicht die Abstände der einzelnen Massenteilchen von der Drehachse $A_1 A_2$, sondern diejenigen von der Ebene $N_1 N_2$ annimmt, welche durch die Drehachse parallel mit der Schwingungsachse A gedacht wird. Diese Bemerkung behält auch ihre Giltigkeit für eine excentrische Anordnung des Gewichtes, wie sie in Fig. 7, III angedeutet ist und z. B. bei dem Cosinusregulator vorkommt. Hierbei heben sich zwar die beiden Seitenkräfte in den symmetrisch zur Mittelebene gelegenen Massenteilchen B_1 und B_2 nicht mehr auf; sie sind aber doch aufser Betracht zu lassen, da sie nur eine Pressung der Schwingungsachse gegen deren Lager hervorrufen, durch welche sie im Gleichgewichte gehalten werden.

Die Mechanik lehrt, dass die Summe aller in den einzelnen Massenteilchen eines rotirenden Körpers rege gemachten Centrifugalkräfte genau so grofs ist, wie diejenige, welche man erhält, wenn man sich die ganze Masse in dem Schwerpunkte dieses Körpers vereinigt denkt. Die Richtigkeit dieses Gesetzes, welches aus der bekannten Eigenschaft des Schwerpunktes folgt, wonach für ihn die Summe der Momente aller Massenteilchen gleich Null ist, erkennt man in dem vorliegenden Fall eines kugelförmigen Körpers auch aus der Figur. Ist r der Abstand des Schwerpunktes K von der besagten mit der Schwingungsebene parallelen Ebene $N_1 N_2$, und stellt man sich ein Teilchen y vor, dessen Abstand um Δr kleiner ist als r, so lässt sich zu diesem Teilchen in der Kugel immer ein zum Mittelpunkte symmetrisch gegenüber liegendes Teilchen x angeben, dessen Abstand um Δr gröfser ist als r. Daher muss die Summe der in diesen beiden Teilchen wirkenden Kräfte dieselbe Gröfse haben, als wenn der Abstand für beide gleich r wäre. Man erkennt auch aus dieser Betrachtung, dass in dem vorliegenden Fall eines kugelförmigen Gewichtes die Mittelkraft aus allen einzelnen Centrifugalkräften durch den Mittelpunkt K der Kugel gehen muss, so dass man also für die Untersuchung annehmen darf, die ganze Masse des kugelförmigen Gewichtes sei in dem Mittelpunkte vereinigt.

Es muss aber festgehalten werden, dass diese letztere Bemerkung keineswegs für alle Körper in gleicher Weise gilt, sondern hier nur für kugelförmige nachgewiesen wurde. Es lässt sich leicht zeigen, dass die gefundene Beziehung, wonach die Mittelkraft aller Centrifugalkräfte durch den Schwerpunkt hindurchgeht, für alle diejenigen Körper ebenfalls gilt, bei denen die durch den Schwerpunkt gehende und auf der Umdrehungsachse senkrechte Ebene eine Symmetrieebene ist. Denkt man sich etwa anstatt der Kugel das in der Figur punktirt gezeichnete dreiseitige Prisma P angebracht, für welches die horizontale Ebene $H_1 H_2$ eine Symmetrieebene sein soll, so lässt sich für jedes Teilchen oberhalb dieser letztgedachten Ebene ein gleichweit unterhalb von derselben abstehendes ebenso grofses Teilchen angeben, so dass die Resultirende der beiden Centrifugalkräfte in der Mitte zwischen beiden also durch den Schwerpunkt hindurchgehen muss.

Es lässt sich ferner auch zeigen, dass dieselbe Beziehung giltig sein muss für einen Körper, welcher wie in Fig. 8 so geformt und aufgehängt ist, dass er eine durch den Schwerpunkt gehende senkrechte oder allgemeiner eine mit der Drehachse parallele Symmetrieebene hat. In diesem Falle nämlich denke man sich den Körper durch wagerechte Ebenen in Streifen wie xy zerlegt; so ist es deutlich, dass für jeden dieser Streifen der Schwerpunktsabstand r der Drehungshalbmesser ist, welcher für die Centrifugalkraft dieses Streifens giltig ist. Hieraus geht denn hervor, dass die Centrifugalkräfte aller dieser Streifen den

Flächenräumen proportional sind, und es folgt daher aus der bekannten Eigenschaft des Schwerpunktes, dass auch hier die Resultirende durch den Schwerpunkt geht.

Es ist leicht zu ersehen, dass ein Körper mit nur einer Symmetrieebene, welcher wie das Prisma in Fig. 7 oder 8 fest mit dem Pendelarme verbunden ist, die besprochene Eigenschaft nur in ganz bestimmten Lagen, nämlich in denjenigen zeigt, in denen die Symmetrieebene entweder parallel oder senkrecht zur Drehachse ist. Es ist diese Bemerkung deswegen hier von einigem Interesse, weil man bei älteren Regulatoren wohl zuweilen linsenförmige Pendelgewichte nach Fig. 9 anwandte, und eine solche Form auch heute noch bei dem bekannten Cosinusregulator gebraucht wird. Aus den vorstehenden Bemerkungen ist es ersichtlich, dass bei einer solchen Form der Gewichte, wie sie durch Fig. 9 dargestellt ist, nur für die wagerechte und für die senkrechte Lage des Pendelarmes eine durch den Schwerpunkt gehende Centrifugalkraft auftritt, während in jeder Zwischenlage die resultirende Centrifugalkraft sich von der Schwingungsachse nach aufsen hin entfernt. Da bei einer Kugel jede Mittelpunktsebene eine Symmetrieebene ist, so geht bei der Kugelgestalt des Pendelgewichtes die Centrifugalkraft auch für jede Stellung des Armes durch den Schwerpunkt. Diese Bemerkung gilt aufserdem auch für die rollenförmigen Gewichte, welche bei gewissen Regulatoren, z. B. bei dem Werner'schen, in Anwendung sind, sowie überhaupt in allen den Fällen, in denen das Gewicht als Umdrehungskörper mit einer senkrecht zur Schwingungsebene stehenden Achse ausgeführt ist.

Für die übrigen Teile wie: Pendelarme, Hängeschienen usw., gilt zwar auch das Gesetz ganz allgemein, dass die resultirende Centrifugalkraft gleich derjenigen der im Schwerpunkte vereinigt gedachten Masse ist; diese Kraft greift aber nicht im Schwerpunkte des betreffenden Teiles, sondern in einem in jedem Falle besonders zu ermittelnden Punkte an. Was zunächst die Ermittelung des Schwerpunktes anbetrifft, die man vorzunehmen hat, um den in Rechnung zu stellenden

Drehungshalbmesser zu bestimmen, so ist hierüber an dieser Stelle eine weitere Bemerkung nicht nötig, da die Methoden und Verfahrungsarten als hinlänglich bekannt vorausgesetzt werden dürfen, nach denen man graphisch oder durch Rechnung die Lage des Schwerpunktes der hier in Betracht kommenden Körper bestimmen kann. Es wird sich hier vielmehr hauptsächlich nur um die Ermittelung des Angriffspunktes für die Centrifugalkraft handeln, und es soll diese Ermittelung zunächst besprochen werden.

Denkt man sich in Fig. 10 den Pendelarm eines Regulators durch die zunächst überall gleich starke Stange AB dargestellt, welche in einer bestimmten Stellung unter einem bestimmten Winkel gegen die Drehungsachse geneigt sein mag, und denkt man sich diese Stange durch wagerechte Ebenen in gleichen Abständen in lauter sehr dünne scheibchenförmige Stücke von gleicher Gröſse zerschnitten, so ist es nach dem vorangegangenen deutlich, dass die Centrifugalkräfte dieser Stücke proportional mit den Achsenabständen ihrer Mittelpunkte sind, und man kann daher diese Abstände selbst direct als ein Maſs der Centrifugalkräfte ansehen, sobald die Stange, wie hier angenommen wurde, eine prismatische Gestalt hat, der zufolge das Gewicht der überall gleich hohen Scheibchen auch überall dasselbe ist. Wenn daher AB die Mittel- oder Schwerlinie des Armes ist, so stellt die trapezförmige Fläche $A_o A B B_o$ in ihren horizontalen Ordinaten die verhältnismäſsigen Gröſsen der den einzelnen Punkten zugehörigen Centrifugalkräfte vor. Es folgt daraus ferner, dass man nur nötig hat, den Schwerpunkt S dieser trapezförmigen Figur zu suchen, um in der durch denselben gelegten Horizontallinie die Richtung und Lage der resultirenden Centrifugalkraft zu erhalten, deren Gröſse durch den Inhalt dieser Trapezfläche vorgestellt wird. Dieser Schwerpunkt ist immer in einfacher Weise nach den bekannten Regeln zu bestimmen; man kann sich dabei etwa der folgenden Construction bedienen. Man zieht die Halbirungslinie $M_1 M_2$, welche die Mitten der parallelen Seiten $A_o A$ und $B_o B$ verbindet, und auf welcher der gesuchte Schwerpunkt liegen muss. Ferner trägt man auf den Verlängerungen der parallelen Seiten nach den entgegengesetzten Richtungen Strecken auf, die gleich den Längen der entgegengesetzten Seite sind, so dass also $AD = B_0B$ und $B_0E = AA_0$ gemacht wird. Die Verbindungslinie DE schneidet dann die Mittellinie M_1M_2 in dem gesuchten Schwerpunkte S. Würde der Aufhängepunkt A des Pendels in der Drehungsachse A_0B_0 gelegen sein, so ginge das Trapez in ein Dreieck über, und man würde die resultirende Centrifugalkraft dafür in einem Abstande gleich $^1/_3 h$ von A_0 erhalten, wenn h die Verticalprojection des Pendelarmes ist.

Die vorstehende Betrachtung setzt die prismatische Form des Pendelarmes voraus, der zufolge die horizontale Breite der gedachten scheibenförmigen Elemente überall gleich und daher auch das Gewicht dieser Scheiben bei derselben Dicke überall dasselbe ist. Man kann aber die Untersuchung leicht auch auf den allgemeinen Fall ausdehnen, wo diese Bedingung nicht erfüllt ist, der Pendelarm vielmehr irgend eine beliebige Gestalt hat. Um dies zu zeigen, sei zunächst der in Wirklichkeit häufige Fall zugrunde gelegt, dass der Pendelarm zwar von überall gleicher Dicke senkrecht zur Schwingungsebene, aber in dieser nach unten hin von gleichmäfsig abnehmender Breite ist, wie Fig. 11 darstellt. Denkt man sich hier wieder die Centrifugalkraft eines sehr schmalen wagerechten Querstreifens in der Höhe des Aufhängepunktes A durch den Achsenabstand $a = AA_0$ daselbst dargestellt, so hat man die Fliehkraft des ebenso dicken Scheibchens in dem Punkte B in dem Verhältnisse kleiner als den Achsenabstand $b = BB_0$ daselbst zu nehmen, in welchem die Masse dieses Elementes kleiner ist, als die des Scheibchens in A, d. h. also in dem Verhältnisse der horizontal gemessenen Dimensionen der gedachten Elemente. Hieraus ergiebt sich leicht die folgende Construction zur Verzeichnung der die Fliehkräfte darstellenden Fläche: Man macht A_0A_1 gleich der wagerechten Breite des Hebelarmes im Aufhängepunkt A und trägt ebenso die wagerechte Breite des unteren Hebelendes bei $B = B_0B_1$ an. Wenn man dann den Achsenabstand des unteren Endes $B_o B = B_o D$ macht, durch A_1 die Gerade $A_1 E$ parallel der Achse zieht und E mit D verbindet, so braucht man nur durch B_1 eine mit dieser Verbindungslinie parallele gerade Linie $B_1 D_1$ zu ziehen, welche dann in $B_o D_1$ diejenige Strecke ergiebt, die das Mafs der Fliehkraft in B nach demselben Mafsstab angiebt, nach welchem $A_o A$ die Fliehkraft in A vorstellt. Die Richtigkeit dieser Construction folgt aus vorbemerktem leicht, denn man hat $B_o B_2 = B_o D_1 = b \dfrac{B_o B_1}{A_o A_1}$, wie erforderlich. Ist der Pendelarm, wie vorausgesetzt, in der Gestalt des überall gleich dicken Prismas AB gebildet, so genügt die Bestimmung der einen Ordinate für das untere Hebelende in B, um in der nach B_2 gezogenen Geraden AB_2 die Begrenzung der gesuchten Fläche für die Centrifugalkräfte zu zeichnen. Wenn jedoch die Gestalt des Pendels Abweichungen von der einfachen prismatischen Form zeigt, wie dies z. B. in F wegen der Bildung des Auges der Fall zu sein pflegt, in welchem das Gehänge der Hülse sich anfügt, so ist es nötig, diesen Abweichungen entsprechend noch einige Ordinaten zu bestimmen. Zu dem Ende empfiehlt es sich, zunächst die Linie $O A_1 J_1 F_1 L_1 B_1 K$ so zu zeichnen, dass die wagerechten Abstände derselben von der Achse $A_o K$ mit den wagerechten Breiten des Hebels in derselben Höhe übereinstimmen, sei es, dass sie diesen Breiten gleich oder nach einem beliebigen Mafsstabe proportional gemacht werden. Ist dies geschehen, und will man an einer beliebigen Stelle, z. B. in F, die Ordinate bestimmen, welche die Centrifugalkraft daselbst vorstellt, so trägt man $F_o f_3$ gleich $F_o f_2$ an und vergröfsert diese Strecke in dem Verhältnisse der Massen $F_o F_1 : F_o f_1$, wozu man sich der beiden Parallelen $f_1 f_3$ und $F_1 f_4$ bedienen kann, so dass man in der Strecke $F_o f_4$ das Mafs für die Fliehkraft in F erhält, welches man nach $F_o F_2$ zu setzen hat. In der Regel wird die Bestimmung von nur wenigen Ordinaten genügen, um mit hinreichender Genauigkeit die Fläche für die Fliehkräfte $O A F_2 B_2 K$ zu entwerfen. Es ist leicht ersichtlich, wie auf diese Weise auch die gerundeten

Begrenzungen der Centrifugalfläche bei OA und B_2K entstanden sind. Die Bestimmung des Schwerpunktes S dieser Fläche giebt dann wieder wie vorher die Wirkungslinie der resultirenden Centrifugalkraft an.

Hierbei war immer eine überall gleiche Dicke des Pendelarmes senkrecht zur Schwingungsebene vorausgesetzt, eine Bedingung, welche nicht immer erfüllt ist. Die vorstehend angegebene Construction lässt nun auch erkennen, wie man zu verfahren haben wird, wenn diese Dicke nicht überall dieselbe ist. In diesem Falle hat man die Begrenzungslinie $OA_1F_1B_1K$ der Massen so zu entwerfen, dass die einzelnen horizontalen Ordinaten derselben mit den horizontalen Querschnitten des Pendelarmes übereinstimmen, d. h. denselben proportional sind. Man erkennt hieraus, dass es vermöge dieser Construction keinerlei Schwierigkeit macht, neben der Masse des eigentlichen Pendelarmes auch diejenige der Scharnierbolzen usw. gehörig zu berücksichtigen, falls man eine so eingehende Berücksichtigung der Massen in einzelnen Fällen etwa vornehmen will. Es wird zwar meistens die Masse dieser nebensächlichen Teile nur einen verschwindend geringen und durch die Zeichnung kaum jemals nachzuweisenden Einfluss auf die Verhältnisse des Regulators ausüben, und daher kann diese Berücksichtigung wohl in den meisten Fällen unterbleiben; es ist aber doch bemerkenswert für die graphische Methode, dass dieselbe eine genaue Bestimmung ohne nennenswerte Erschwerung der Untersuchung jederzeit ermöglicht, während bei der Anwendung der analytischen Methode wohl niemals jemand daran denken wird, die Einflüsse in den Formeln zum Ausdrucke zu bringen, welche z. B. aus der Form der Scharniere und aus der Masse der Gelenkbolzen sich ergeben. »Die erforderlichen Rechnungen übersteigen zwar«, um das Wort Christoffel's hier anzuführen, »nirgends die Kräfte der Analyse, aber sie übersteigen die menschliche Geduld«.

Die hier gemachten Bemerkungen gelten natürlich nicht nur für den Pendelarm, sondern in gleicher Weise auch für die Hängstangen der Hülse, die angewendeten Lenker sowie überhaupt alle mit dem Pendel umlaufende Teile des Regulators. Als ein Beispiel zur näheren Erläuterung sind in Fig. 12 die Centrifugalflächen für den Pendelarm und den Lenker des Pröll'schen Regulators entworfen. Der bei A an die Spindel geschlossene Lenker AD, welcher übrigens in Gestalt von zwei parallelen Schienen ausgeführt worden ist, hat durchgehends dieselbe Dicke, und daher ist die Linie, welche die Verteilung der Massen vorstellt, in ihrem Verlaufe von A_1 bis E_1 parallel der Spindel gezeichnet. Erst in der Höhe von E, in welcher die Krümmung des Lenkers beginnt, entfernt sich die Massenlinie $E_1 F_1$ von der Achse wegen der mit der gedachten Krümmung verbundenen Zunahme der horizontalen Querschnitte durch den Lenker. Die Ausbiegung der Kurve bei F_1 entspricht der durch das Auge D bedingten Massenanhäufung, und es mag bemerkt werden, dass hierbei die Bohrung für den Zapfen als nicht vorhanden anzusehen ist, da sie von dem Zapfen erfüllt wird. Demgemäfs folgt die Kurve für die Fliehkraft, welche den oben angeführten Regeln entsprechend entworfen worden ist, von A bis E der Schwerlinie des bis dahin geraden Lenkers, um sich von hier aus in dem Zweige EF_2 weiter von der Achse zu entfernen. Der Schwerpunkt des Lenkers liegt in S_a in gleicher Höhe mit dem Schwerpunkte S_a' der Fläche OA_1F_1J, welche die Massenverteilung angiebt, und daher hat man den Abstand $S_a L_1 = r_a$ als den Drehungshalbmesser für die Gröfse der Centrifugalkraft in Rechnung zu stellen. In T_a ist der Schwerpunkt der Fläche OAF_2J für die Fliehkraft gefunden, so dass man in der Horizontalen durch T_a die Wirkungslinie der resultirenden Centrifugalkraft C_a anzunehmen hat.

Das bei B mit der Hülse verbundene und in D von dem Lenker getragene Pendel ist sowohl in der Breite wie auch in der Dicke nach B hin verjüngt, so dass die Gerade $M_1 N_1$ im Diagramm der Massenverteilung eine durch das Verhältnis der horizontalen Querschnitte bei M und N bedingte Neigung gegen die Achse OU hat. Die Ausbauchungen bei B_1 und D_1 entsprechen den Augen des Pendelarmes bei B und D. Hiernach ist in der angegebenen Weise die Begrenzung $KD_2M_2B_2U$

für die Centrifugalfläche gezeichnet, und man hat die Richtung der resultirenden Fliehkraft in der Horizontalen durch den Schwerpunkt T_b dieser Fläche anzunehmen, während als Drehungshalbmesser für die Gröfse dieser Centrifugalkraft wieder der Abstand des Schwerpunktes S_b des Pendelarmes von der Spindel OU anzunehmen ist. Die weite Ausdehnung der Centrifugalfläche bei D_2, welcher eine verhältnismäfsig hohe Lage des Schwerpunktes T_b und der Resultirenden entspricht, lässt darauf schliefsen, dass hier eine Vernachlässigung der Masse des Pendelarmes mit einer nicht unerheblichen Ungenauigkeit verbunden sein wird. Wie grofs dieselbe ist, wird weiter unten an einem Beispiele gezeigt.

Aus vorstehendem dürfte sich auch ergeben, wie man zu verfahren haben wird, wenn der Pendelarm oder ein Lenker die Achse des Regulators durchsetzt, wie es z. B. bei den sogenannten *pseudoastatischen* Regulatoren vorkommt. In diesem Falle setzt sich nach Fig. 13 die Fläche der Centrifugalkraft aus den beiden Dreiecken AA_oD und BB_oD zusammen, welche zwei nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Centrifugalkräften angehören, als deren Angriffspunkte die Schwerpunkte S_o und S_u dieser Dreiecke anzusehen sind, und deren Gröfsen durch die Flächeninhalte der Dreiecke gegeben sind.

Reducirte Schwungmasse.

Wenn man in der vorstehend besprochenen Weise die resultirende Fliehkraft und deren Angriffspunkt für jeden Teil eines Regulators bestimmt hat, so handelt es sich um die Reduction dieser Kraft auf den Schwerpunkt des Pendelgewichtes, in welchem bei der Zeichnung des Kräfteplanes die Centrifugalkraft wirkend gedacht wurde. Unter dieser Reduction ist hier die Angabe desjenigen Gewichtes verstanden, welches in dem gedachten *Kugelmittelpunkte des Pendels concentrirt* angebracht, eine Centrifugalkraft hervorbringen würde, deren *Moment inbezug auf die Aufhängeachse von derselben Gröfse* mit demjenigen ist, das durch die *wirklichen Massen* des Regulators geäufsert wird. Diese Reduction ist in jedem Falle leicht vorzunehmen.

Zunächst das Pendelgewicht selbst anlangend, kann bemerkt werden, dass dasselbe einer besonderen Reduction nicht bedarf, wenigstens nicht in den meistens vorkommenden Fällen, wo diesem Gewichte die Gestalt einer Kugel oder eines um eine wagerechte Achse geformten Umdrehungskörpers gegeben wird. Dieser Fall möge hier immer vorausgesetzt werden, und dann hat man das ganze Gewicht dieses Umdrehungskörpers nach dem früher bemerkten im Schwerpunkte wirksam zu denken. Wie in dem wohl nur selten vorkommenden Falle zu verfahren wäre, in welchem das Belastungsgewicht des Pendelarmes die vorbemerkte Form nicht hat, wird sich nach dem folgenden leicht ergeben.

Betrachtet man den Pendelarm (Fig. 14), so fand sich, dass die Centrifugalkraft desselben eine Gröfse gleich $G_a \frac{4\pi^2 n^2}{3600\, g} r_a = C_a$ hat, worin G_a das Gewicht dieses Armes, n die Umdrehungszahl und r_a den Abstand $S S_o$ des Schwerpunktes S von der Drehachse $A_o K_o$ bedeutet. Bezeichnet man mit $r = K_o K$ den Abstand des Kugelmittelpunktes K von der Spindel, so würde ein Gewicht von der Gröfse $G_a \frac{r_a}{r} = G_a \frac{S S_o}{K K_o}$ eine mit C_a gleiche Centrifugalkraft äufsern, wenn dasselbe in K angebracht würde. Da nun aber nicht die Centrifugalkraft, sondern das Moment derselben inbezug auf A von derselben Gröfse sein soll, wie das Moment der in D wirkenden Centrifugalkraft C_a, so muss man das gefundene Gewicht $G_a \frac{r_a}{r}$ noch mit dem Verhältnis der Hebelarme $\frac{A D_1}{A K_1}$ inbezug auf A multipliciren, um die gesuchte reducirte Masse zu finden. Demgemäfs drückt sich das auf den Kugelmittelpunkt K reducirte Gewicht durch

$$G_a \frac{S_o S}{K_o K} \cdot \frac{A D_1}{A K_1}$$

aus, wofür man auch der Figur zufolge

$$G_a \frac{S_o S}{K_o K} \cdot \frac{D_1 D}{K_1 K}$$

schreiben kann. Dieser Wert ist mit Hilfe einiger Parallellinien leicht, wie folgt, construirt: Man trägt in der Achsenrichtung $A_o K_o$ von K_o aus die Strecke $K_o H$ an, welche nach dem für die Kräfte gewählten Mafsstabe das Gewicht G_a des Pendelarmes vorstellt, und zieht durch A sowie durch S und D die Senkrechten bis zu den Durchschnitten K_1, F und E mit dem Achsenabstande $K_o K$ der Kugelmitte. Verbindet man nun K mit H und zieht zu der Verbindenden die Parallele FJ durch F, so schneidet dieselbe auf $K_o H$ die Strecke $K_o J = G_a \frac{S_o S}{K_o K} = G_a \frac{r_a}{r}$ ab. Ueberträgt man diese Strecke nach $K_1 L$, so hat man nur KL zu ziehen und hiermit durch E die Parallele EN zu legen, welche in N das gesuchte reducirte Gewicht

$$K_1 L \frac{K_1 E}{K_1 K} = G_a \frac{S_o S}{K_o K} \frac{K_1 E}{K_1 K} = G_a \frac{S_o S}{K_o K} \frac{D_1 D}{K_1 K} = Q_a$$

liefert.

Wenn es sich darum handelt, für die Hängestange BD (Fig. 15) das reducirte Gewicht zu ermitteln, so hat man zu berücksichtigen, dass die in E wirkende Centrifugalkraft C_b desselben in D auf den Pendelarm AK eine Kraft äufsert, welche durch $C_b \frac{EB}{DB}$ gefunden wird. Wenn man daher das Gewicht G_b der Hängestange auf der Achsenrichtung gleich $K_o H$ anträgt und die Punkte A, D, E und S auf den Halbmesser $K_o K$ projicirt, so findet man zunächst durch die Verbindungslinie KH und die mit dieser von S_1 aus gezogene Parallele $S_1 F$ in $K_o F$ dasjenige Gewicht, welches, in K angebracht, daselbst eine Centrifugalkraft äufsern würde von gleicher Gröfse mit der Fliehkraft des in S concentrirten Gewichtes G_b der Hängeschiene. Wegen des Angriffes der letztgedachten Centrifugalkraft in E und der Verbindung der Schiene mit dem Pendelarm in D hat man aber in dem Kugelmittelpunkt eine Kraft angebracht zu denken, die sich durch

$$C_b \frac{BE}{BD} \frac{AD}{AK} = C_b \frac{BE_1}{BD_1} \frac{K_1 D_1}{K_1 K}$$

ausdrückt. Hiernach ergiebt sich leicht die folgende Construction: Man überträgt die gefundene Strecke $K_o F$ nach BJ, zieht JD_1 und durch E_1 die damit parallele Gerade $E_1 L$, welche auf BJ die Strecke $BL = BJ \frac{BE}{BD}$ abschneidet. Diese

letztere muss nun noch in dem Verhältnis $\frac{AD}{AK} = \frac{K_1 D_1}{K_1 K}$ reducirt werden, wozu man BL nach $K_1 M$ überträgt, M mit K verbindet und durch D_1 die Parallele zu der Verbindungslinie legt. Diese Parallele liefert in der Strecke

$$K_1 N = BL \frac{K_1 D_1}{K_1 K} = G_b \frac{K_o S_1}{K_o K} \cdot \frac{BE}{BD} \cdot \frac{AD}{AK} = Q_b$$

das gesuchte reducirte Gewicht für die Hängeschiene, wie sich aus der Construction ergiebt. Aus diesen Bemerkungen ist ersichtlich, dass die Reduction der Massen oder der Gewichte in keinem Falle schwierig sein wird, und soll daher hierauf nicht weiter eingegangen werden.

Geschwindigkeit des Regulators.

Hat man für einen Regulator in der vorstehend angegebenen Weise die Gewichte der einzelnen in Betracht kommenden Teile auf den Schwerpunkt des Pendelgewichtes reducirt und gleichfalls aus einem Kräfteplane die Gröſse der in ebendemselben Punkte zum Gleichgewicht erforderlichen Centrifugalkraft entnommen, so lässt sich die Bestimmung der zur Erzeugung dieser Centrifugalkraft erforderlichen Umdrehungsgeschwindigkeit in sehr einfacher Weise vornehmen, wenn man sich die für das sogenannte Centrifugalpendel geltenden Verhältnisse vergegenwärtigt.

Ein mathematisches Centrifugalpendel besteht bekanntlich aus dem Gewichte Q (Textblatt 7 Fig. 16), welches mittels des gewichtslosen Fadens AK an der sich drehenden Achse AK_o aufgehängt ist. Bei der Umdrehung der Achse nimmt dieser Faden gegen dieselbe eine gewisse Neigung an, die sich mit Rücksicht darauf bestimmt, dass die Mittelkraft aus dem Eigengewichte Q der Belastung und aus der Centrifugalkraft C derselben in die Richtung des Fadens hineinfallen muss. Nennt man r den Drehungshalbmesser $K_o K$ des Schwerpunktes K

und bezeichnet mit h die senkrechte Höhe AK_o, so hat man für das Gleichgewicht die Momentengleichung

$$Ch = Qr,$$

worin man für die Centrifugalkraft den Wert

$$C = Q \frac{4\pi^2 n^2}{3600\, g} r$$

einzuführen hat, wenn, wie bisher, n die Umdrehungszahl in der Minute und $g = 9{,}81\, m$ die Beschleunigung der Schwerkraft bedeutet. Hiermit erhält man daher

$$Q \frac{4\pi^2 n^2}{3600\, g} r h = Q r, \quad \text{oder} \quad h = \frac{3600\, g}{4\pi^2 n^2},$$

sowie

$$2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{60}{n} = t,$$

wenn $t = \frac{60}{n}$ Sek. die zu einer Umdrehung erforderliche Zeit vorstellt. Diese Zeit ist bekanntlich übereinstimmend mit der Dauer einer Doppelschwingung eines mathematischen Kreispendels, dessen Länge gleich der Höhe h des Centrifugalpendels ist. Hieraus ergiebt sich, dass man die Umdrehungszahl des Regulators folgendermafsen bestimmen kann.

Trägt man im Schwerpunkte der Kugel des Regulators (Fig. 16) die aus dem Kräfteplan entnommene Centrifugalkraft C wagerecht gleich KD und in demselben Punkte senkrecht das reducirte Schwunggewicht Q gleich KE an, und zeichnet man aus diesen beiden Seiten das Parallelogramm $KDFE$, so schneidet die verlängerte Diagonale FK auf der Achse das Stück $AK_o = h$ ab, welches die zu der Umdrehungsdauer $t = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$ zugehörige Pendellänge vorstellt, und man kann daher aus dieser Länge nach der Formel

$$n = \frac{60}{2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{h}}$$

die minutliche Umdrehungszahl n berechnen. Zur Erleichterung dieser Rechnung kann man sich bequem einer Tabelle bedienen, welche für die Umdrehungszahlen die zugehörigen Pendellängen enthält. Eine solche Tabelle ist im folgenden für die Umdrehungszahlen von $n = 30$ bis $n = 250$ angegeben.

Tabelle für die Pendelhöhen $h = \frac{g}{4\,\pi^2} \cdot \frac{3600}{n^2} = \frac{894{,}57}{n^2}$.

h in Millimeter; *n* Umdrehungen in 1 Minute.

n	*h*	*n*	*h*	*n*	*h*	*n*	*h*	*n*	*h*	*n*	*h*
30	994,0	60	248,5	90	110,4	120	62,1	150	39,8	180	27,6
31	930,9	61	240,4	91	108,0	121	61,1	151	39,2	181	27,3
32	873,6	62	232,7	92	105,7	122	60,1	152	38,7	182	27,0
33	821,5	63	225,4	93	103,4	123	59,1	153	38,2	183	26,7
34	773,9	64	218,4	94	101,2	124	58,2	154	37,7	184	26,4
35	730,3	65	211,7	95	99,1	125	57,3	155	37,2	185	26,1
36	690,3	66	205,4	96	97,1	126	56,4	156	36,8	186	25,9
37	653,4	67	199,3	97	95,1	127	55,5	157	36,3	187	25,6
38	619,5	68	193,5	98	93,1	128	54,6	158	35,8	188	25,3
39	588,1	69	187,9	99	91,3	129	53,7	159	35,4	189	25,0
40	559,1	70	182,6	100	89,5	130	52,9	160	34,9	190	24,8
41	532,2	71	177,5	101	87,7	131	52,1	161	34,5	191	24,5
42	507,1	72	172,6	102	86,0	132	51,3	162	34,1	192	24,3
43	483,8	73	167,9	103	84,3	133	50,6	163	33,7	193	24,0
44	462,1	74	163,4	104	82,7	134	49,8	164	33,3	194	23,8
45	441,8	75	159,1	105	81,1	135	49,1	165	32,9	195	23,5
46	422,8	76	154,9	106	79,6	136	48,4	166	32,5	196	23,3
47	405,0	77	150,9	107	78,1	137	47,7	167	32,1	197	23,1
48	388,3	78	147,0	108	76,7	138	47,0	168	31,7	198	22,8
49	372,6	79	143,3	109	75,3	139	46,3	169	31,3	199	22,6
50	357,8	80	139,8	110	73,9	140	45,6	170	31,0	200	22,4
51	343,9	81	136,4	111	72,6	141	45,0	171	30,6	202	21,9
52	330,8	82	133,1	112	71,3	142	44,4	172	30,2	204	21,5
53	318,5	83	129,9	113	70,1	143	43,8	173	29,9	206	21,1
54	306,8	84	126,8	114	68,8	144	43,2	174	29,6	208	20,7
55	295,7	85	123,8	115	67,6	145	42,6	175	29,2	210	20,3
56	285,3	86	121,0	116	66,5	146	42,0	176	28,9	220	18,5
57	275,3	87	118,2	117	65,4	147	41,4	177	28,6	230	16,9
58	265,9	88	115,5	118	64,3	148	40,8	178	28,2	240	15,5
59	257,0	89	112,9	119	63,2	149	40,3	179	27,9	250	14,3

Es kann bemerkt werden, dass man immer zu derselben Höhe h gelangen muss, an welchen Punkt des Regulators man auch die beiden Kräfte Q und C verlegt denkt, wie man leicht aus der Fig. 16 erkennt. Wollte man in derselben beispielsweise die Kräfte Q und C in der Mitte M des Halbmessers $K_o K$ angreifend annehmen, so würde C unverändert seine Gröſse wie in K behalten müssen, da der Hebelarm für das Moment um A in beiden Fällen derselbe AK_o ist, es wäre daher $MD_1 = KD = C$ zu machen. Das in M, also in dem halben Achsenabstande $\frac{r}{2}$, anzubringende Schwunggewicht Q jedoch müsste die doppelte Gröfse von dem in K wirkenden erhalten, wenn es in dem halben $\frac{r}{2}$ Abstande die gleiche Centrifugalkraft wie in K erzeugen sollte, so dass $ME_1 = 2KE = 2Q$ wird. Die Diagonale des Parallelogrammes $MD_1F_1E_1$ schneidet unter diesen Verhältnissen die Achse in demselben Punkte A, wie die zu dem Parallelogramme $KDFE$ gehörige. Ebenso würde beispielsweise die Wahl des Reductionsproduktes in der Mitte N zwischen A und K eine Centrifugalkraft $ND_2 = 2KD$ erfordern, um bei dem Hebelarm $AN_o = \frac{1}{2} AK_o = \frac{h}{2}$ das Moment Ch zu haben, und man müsste zur Erregung dieser doppelten Centrifugalkraft $2C$ bei dem halben Drehungsarme $NN_o = \frac{r}{2}$ die vierfache Schwungmasse, also das Gewicht $NE_2 = 4KE$, in N wirksam denken. Das dadurch entstehende Parallelogramm würde dann $ND_2F_2E_2$, und es ist ersichtlich, dass der zugehörige Abschnitt N_oL auf der Achse dieselbe Länge wie AK_o haben muss. Es wäre leicht, den Beweis auch in allgemeiner Form zu führen, dass die Wahl des Reductionspunktes ganz gleichgiltig für das Ergebnis ist; doch soll dieser Beweis hier nicht angeführt werden. Bei den Regulatoren wird es meistens am bequemsten sein, als den Reductionspunkt den Schwerpunkt des Pendelgewichtes zu wählen, wie dies hier immer angenommen wurde.

Es ist nun auch leicht, für einen beliebigen Regulator den Grad der Ungleichförmigkeit zu bestimmen. Zeichnet man nämlich das angegebene Diagramm, aus welchem die Pendellhöhe h entnommen wird, für verschiedene Stellungen des Regulators, so wird man im allgemeinen auch verschiedene Pendelhöhen und mit diesen aus der Tabelle verschiedene Umdrehungszahlen erhalten; nur bei den vollkommen astatischen Regulatoren ergiebt sich für alle verschiedenen Stellungen dieselbe Höhe h. Wenn man insbesondere den Regulator in der obersten, untersten und mittleren Stellung der Hülse zeichnet, und für diese drei Lagen bezw. die Pendelhöhen h_o, h_u und h_m erhält, denen nach der Tabelle die Umdrehungszahlen n_o, n_u und n_m zugehören, so hat man den Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators zu $\delta = \frac{n_o - n_u}{n_m}$ gefunden. Dies ist beispielsweise an dem Porter'schen Regulator (Fig. 17) ausgeführt worden, für welchen bei einer Armlänge von $0{,}25^{m}$, einem Kugelgewichte $G_k = 5^{kg}$, einem halben Hülsengewichte $K = 12^{kg}$, dem Gewichte des Pendelarmes $G_a = 0{,}35^{kg}$ und dem der Hülsenstangen $G_b = 0{,}7^{kg}$ gefunden wurden: das auf den Kugelmittelpunkt reducirte Schwunggewicht $Q = 5{,}35^{kg}$ und die Centrifugalkräfte usw.:

$C_o = 240{,}5^{kg}$, $h_o = 42{,}8^{mm}$; entsprechend $n_o = 145{,}5$ Umdr.
$C_m = 188{,}5$ $h_m = 46{,}2$ » $n_m = 139{,}2$ »
$C_u = 135{,}5$ $h_u = 49{,}9$ » $n_u = 133{,}8$ »

Hieraus folgt der Ungleichförmigkeitsgrad zu

$$\delta = \frac{155{,}5 - 133{,}8}{139{,}2} = \frac{11{,}7}{139{,}2} = 0{,}084 \text{ oder } 8{,}4 \text{ pCt.}$$

Die reducirte Masse ist hier für alle Stellungen von derselben Gröfse ($5{,}35^{kg}$) angenommen; in Wirklichkeit ist dieselbe für die verschiedenen Stellungen zwar von etwas veränderlicher Gröfse, doch sind die Abweichungen nur ganz geringe.

Empfindlichkeit.

In dem Vorstehenden ist immer der Gleichgewichtszustand des Regulators vorausgesetzt worden, in welchem die Wirkung der Fliehkraft gerade imstande ist, den auf das Pendel einwirkenden Gewichten die Wage zu halten. In diesem Zustande hat der Regulator kein Bestreben, eine Bewegung nach der einen oder anderen Richtung anzunehmen; ein solches Bestreben erhält er vielmehr erst durch eine Aenderung der Geschwindigkeit. Eine wirkliche Bewegung des Regulators stellt sich aber nicht mit jeder, auch der kleinsten, Geschwindigkeitsänderung ein, sondern sie kann erst stattfinden, wenn die aus der Geschwindigkeitsänderung resultirende Kraft eine gewisse Gröfse erlangt hat, wie sie zur Ueberwindung der Widerstände erforderlich ist, die sich der gedachten Bewegung entgegensetzen. Diese Widerstände sind, wie bei allen Maschinen, zweifacher Art; man kann sie auch hier in schädliche und nützliche unterscheiden, wenn man die von dem Regulator verlangte Arbeit, nämlich die Verstellung des Stellzeuges zur Regelung des Dampfes oder Aufschlagwassers, eine Nutzarbeit nennen will. Der zu diesem Zwecke der Verstellung des Stellzeuges aufzuwendenden Nutzarbeit gegenüber steht diejenige schädliche Arbeit der Reibung, welche bei der Bewegung ebenfalls mit zu überwinden ist. Es können hierunter nur die in dem Regulator selbst auftretenden Reibungswiderstände verstanden werden, und nicht auch die Reibungen, die bei der Bewegung des Stellzeuges auftreten; denn die ganze von dem Stellzeug überhaupt zu verrichtende Arbeit besteht der Natur der Sache nach aus gewissen Bewegungswiderständen. Die in dem Regulator selbst auftretenden Bewegungswiderstände kann man ebenfalls wie bei allen Maschinen unterscheiden in diejenigen des Leerganges und die durch die nützliche Arbeit hervorgerufenen, wenn man immer, wie schon bemerkt, unter der nützlichen Arbeit des Regulators die zur Ueberwindung der Stellzeugwiderstände aufzuwendende Arbeit versteht. Denkt man sich etwa den Regulator in einer gewissen Stellung, in welcher zur Herstellung des Gleichgewichtes eine Geschwindigkeit von n Umdrehungen erforderlich ist, von dem Stellzeug abgelöst, so muss die Geschwindigkeit sich bis zu einem gewissen Betrage von etwa n' Umdrehungen vergröfsern oder auf einen anderen von n'' Umdrehungen verringern, ehe der Regulator eine auf- oder absteigende Bewegung annehmen kann. Diese Veränderung der Geschwindigkeit hängt von der Gröfse der Reibungswiderstände ab, die in den Scharnieren der Pendel, Hängestangen usw. auftreten. Wird die Veränderung der für das Gleichgewicht nötigen Geschwindigkeit n noch gröfser, so nimmt der Regulator dann noch keine Bewegung an, sobald das Stellzeug mit ihm verbunden ist.

Es wird nämlich alsdann durch eine weitere Veränderung der Geschwindigkeit über n' hinaus oder unter n'' hinab allerdings ein Bestreben zur Bewegung erzeugt, d. h., es wird ein gewisser Zug in der Hülsenstange rege gemacht, welcher aber erst so weit anwachsen muss, bis er die Gröfse des von dem Stellzeuge dargebotenen Widerstandes erreicht hat, ehe die Bewegung eintreten kann. Gesetzt, in diesem Augenblicke habe sich die Geschwindigkeit n um die Gröfse Δn verändert, so nennt man wohl das Verhältnis dieser Aenderung zur normalen Geschwindigkeit n, also den Bruch $\frac{\Delta n}{n} = \varepsilon$ den Coëfficienten der Unempfindlichkeit. Vielfach wird nicht der Wert $\frac{\Delta n}{n}$, sondern derjenige $\frac{n_1 - n_2}{n}$ mit dieser Benennung belegt, worin n_1 die Geschwindigkeit unmittelbar vor beginnendem Aufsteigen und n_2 diejenige vor dem beginnenden Abfallen des Regulators bedeutet. Unter dieser Annahme ist der betreffende Coëfficient ε etwa doppelt so grofs, als unter der oben angeführten, da sehr nahe die Vergröfserung $n_1 - n$ gleich der Verkleinerung $n - n_2$ gesetzt werden kann. Die oben angegebene Definition des Unempfindlichkeitsgrades, welche unter anderen von Pröll angegeben wird, soll hier beibehalten werden, so dass unter dem Unempfindlichkeitsgrade der Bruch $\frac{n_1 - n}{n} = \frac{n - n_2}{n} = \varepsilon$ verstanden werden soll.

Man erkennt hieraus, dass man bei dieser Angabe der Unempfindlichkeit eine Unterscheidung zwischen dem besagten Leergangswiderstande des Regulators und dem eigentlichen nutzbaren Widerstande des Stellzeuges nicht macht; und zwar liegt der Grund hiervon wohl darin, dass es bis jetzt überhaupt noch nicht gelungen ist, die Widerstände der Reibung, welche innerhalb des Regulators auftreten, analytisch zum Ausdrucke zu bringen, so dass man in der Regel alle überhaupt auftretenden Widerstände im ganzen betrachtet. Da nun aber eine Ermittlung der in dem Getriebe des Regulators auftretenden Reibungswiderstände auf dem graphischen Wege keine Schwierigkeit darbietet, so gestattet diese Methode eine schärfere Bestimmung des Begriffes der Unempfindlichkeit und des damit eng zusammenhängenden der **Energie**. Es mag daher zunächst die Ermittlung der gedachten Reibungswiderstände des Regulators gezeigt werden.

Die in einem irgendwie gearteten Maschinengetriebe auftretenden Widerstände, welche analytisch in den meisten Fällen nur mit grofser Mühe bestimmt werden können, ergeben sich auf graphischem Weg aufserordentlich einfach, wenn man den Begriff des **Reibungswinkels** benutzt, da diese Widerstände fast ausnahmslos in Reibungen bestehen, seien es nun Gleitreibungen, Zapfenreibungen, Zahnreibungen oder Seil- und Kettenreibungen. Denkt man sich in Fig. 18 Textblatt 7 einen Körper K, welcher auf seine Unterstützung UU einen dazu normalen Druck $N = BA$ etwa infolge seines Eigengewichtes ausübt, so würde beim Nichtvorhandensein der Reibung, d. h. bei absolut glatten Berührungsflächen, die geringste Kraft parallel der unterstützenden Fläche UU genügen, um eine Verschiebung des Körpers entlang dieser Fläche zu veranlassen. Wegen der Reibung ist aber thatsächlich eine Kraft gleich fN zu dieser Verschiebung erforderlich, wenn mit f der Reibungscoëfficient der beiden Materialien bezeichnet wird. Denkt man sich diese beiden Kräfte BA und CB oder DB nach dem Parallelogramm der Kräfte zu einer Mittelkraft CA oder DA zusammengesetzt, so ist dieselbe gegen die stützende Fläche UU unter dem Winkel ϱ geneigt, dessen trigonometrische Tangente gleich dem Reibungscoëfficienten f ist und welcher bekanntlich den Namen des **Reibungswinkels** trägt. Je nachdem die Bewegung nach der einen oder anderen Seite angestrebt wird, ist dieser Winkel nach der einen oder anderen Seite anzutragen. So lange die Resultante aller auf den Körper einwirkenden Kräfte innerhalb der beiden Richtungen CA und DA gelegen ist, kann eine Bewegung nicht stattfinden, und wenn eine solche eintritt, so hat man zu schliefsen, dass **die resultirende Kraft um den Reibungswinkel von der Normalrichtung zur Stützfläche im Sinne der Bewegung abweicht.** Dieses Gesetz gilt ganz allgemein für alle Arten der Reibungswiderstände und auch für die Zapfenreibungen, welche bei den Regulatoren fast allein von Interesse sind.

Stellt etwa Z in Fig. 19 einen Zapfen in seinem Lager L vor, so findet nach dem gesagten eine Drehung so lange nicht statt, als die Resultirende aus allen auf den Zapfen einwirkenden Kräften von der Normalen zur Stützfläche, d. h. von dem Radius CA, um weniger als den Reibungswinkel abweicht, und man hat den Eintritt einer Drehung in dem Augenblicke zu gewärtigen, in welchem die Abweichung der Resultante vom Radius den Reibungswinkel erreicht. Denkt man sich für alle Punkte im Umfange des Zapfens oder Lagers gegen den Radius unter dem Reibungswinkel diese Richtung angetragen, so umhüllen alle diese Richtungen einen zu C concentrischen Kreis vom Halbmesser $f \cdot CA = fr$. Ich habe diesen Kreis in einer Arbeit über die graphische Statik der Maschinengetriebe den Reibungskreis genannt, und es möge der Kürze halber diese Benennung auch hier beibehalten werden. Hiernach lässt sich die für die Bestimmung der Zapfenreibung giltige Regel einfach dahin fassen, dass man zur Berücksichtigung dieser Reibung lediglich anzunehmen hat, ein Zapfen drücke während seiner Bewegung gegen seine Unterstützung in der Richtung der Tangente an seinen Reibungskreis. Welche der beiden von einem durch die Verhältnisse gegebenen Punkte aus möglichen Tangenten man in jedem Falle zu wählen hat, kann niemals zweifelhaft sein, da die Richtung des Druckes immer so anzunehmen ist, dass durch denselben die wirklich eintretende Bewegung herbeigeführt wird.

Zur Erläuterung dieser Regel und deren Anwendung auf die Regulatoren sei in Fig. 20 Textblatt 6 ein gewöhnlicher Watt'scher Regulator angenommen, dessen Hülse durch das Gewicht $2H$ abwärts gezogen werde. Unter Vernachlässigung der Reibung wurde früher das Gewicht $H = ab$ in zwei Seitenkräfte zerlegt, von denen die eine ad wagerecht, die andere db nach der Richtung der Centrallinie von D und B gerichtet ist. Will man indessen die in B und D auftretenden Reibungen berücksichtigen, so hat man die Zerlegung wagerecht und nach der Richtung der gemeinschaftlichen Tangente an die Reibungskreise der beiden Zapfen vorzunehmen. Von den hier möglichen vier gemeinsamen Tangenten können im vorliegenden Falle nur die beiden inneren γ und δ in Betracht kommen, und zwar gilt diejenige γ für eine Aufwärtsbewegung der Hülse, während für ein Niedergehen derselben die Tangente δ gewählt werden muss, indem die bei diesen Bewegungen angestrebten Drehungen der Zapfen B und D zu ihrer Herbeiführung Druckrichtungen in diesen betreffenden Tangenten erfordern. Nimmt man etwa die Zerlegung für den Zustand des Steigens der Hülse nach der Tangente $\gamma\gamma$ vor und setzt in der oben angegebenen Weise die erhaltene Seitenkraft $d'b$ zusammen mit dem Gewichte bc der Kugel zu einer durch s' gehenden parallel mit $d'c$ gerichteten Mittelkraft, sucht ferner den Durchschnittspunkt o' der erhaltenen Resultante mit der in K wirkenden Centrifugalkraft auf, so hat man nunmehr die Reaction des Aufhängepunktes nicht mehr nach dem Mittelpunkte, sondern tangential an den Reibungskreis des Aufhängezapfens A gerichtet anzunehmen, wenn man die in dem Aufhängepunkt auftretende Reibung berücksichtigen will. Es ist auch hier zweifellos, dass man die Tangente $O'\alpha$ annehmen muss, wenn es sich um die auswärts gerichtete Bewegung des Pendelarmes handelt, da die in diesem Arme wirkende Zugkraft nur so eine Drehung in diesem Sinn erzeugen kann. Will man im Gegenteile die Abwärtsbewegung der Hülse untersuchen, so hat man dementsprechend die Tangenten $\delta\delta$ und $o''\beta$ als die in Betracht kommenden Druckrichtungen anzunehmen.

Kommt in dem Regulator eine Reibungsrolle vor, wie dies in Fig. 21 Textblatt 7 bei dem Cosinusregulator der Fall ist, so muss die Richtung der von der Stützfläche FF gegen diese Rolle ausgeübten Stützkraft in der Tangente AB von dem Stützpunkt A an den Reibungskreis des Rollenzapfens Z angenommen werden, sobald es sich um eine Erhebung der Pendelarme und der Hülse handelt, während für ein Abfallen der Kugeln die andere Tangente AD gilt. Dieselbe Betrachtung ist für den Werner'schen Regulator giltig, bei welchem die Hülse HH, Fig. 22, mit der konischen Fläche auf der Rolle ruht, die bei einer Erhebung der Pendel in der durch den Pfeil b angegebenen Richtung umgedreht wird, was nur möglich ist, wenn die Rolle R von der Hülse in der Richtung der Tangente AB von dem Stützpunkt A an den Reibungskreis des Zapfens Z gegen diesen gedreht wird. Bei einem Abfallen der Pendel dagegen ist die Tangente AD entsprechend der entgegengesetzten Umdrehungsrichtung der Rolle in der Pfeilrichtung d als Druckrichtung anzunehmen.

Wenn man unter Beachtung dieser Regeln für den Regulator in einer beliebigen Stellung, für welche dem Gleichgewichtszustande die Centrifugalkraft C und die Umdrehungszahl n entspricht, das Kräftepolygon zeichnet, so wird man eine Centrifugalkraft finden, welche für die aufsteigende Bewegung gröfser und für das Abfallen kleiner ist, als diejenige C für den Gleichgewichtszustand. Man könnte nun in der oben gezeigten Art mit Hilfe der reducirten Schwungmasse die zugehörige Pendelhöhe und nach der angegebenen Tabelle daraus die Geschwindigkeit finden, welche der Regulator in dem einen oder anderen Falle haben muss. Es lassen sich diese Geschwindigkeiten aber noch in einfacherer Art ermitteln, wie aus folgender Betrachtung hervorgeht. Gesetzt, die zum Aufsteigen erforderliche Fliehkraft werde mit C' und die zugehörige Umdrehungszahl mit n' bezeichnet, während C und n dieselben Gröfsen für den Gleichgewichtszustand bedeuten, so hat man die Proportion

$$C : C' = n^2 : n'^2,$$

woraus

$$n' = n\sqrt{\frac{C'}{C}} = n\sqrt{\frac{C' - C + C}{C}} = n\sqrt{\varphi + 1}$$

folgt, wenn man mit φ das Verhältnis der Vergröfserung von $C' - C$ zu C versteht, also $\varphi = \frac{C' - C}{C}$ setzt. Da nun C' immer nur wenig gröfser als C sein wird, also φ ein sehr kleiner Bruch ist, so kann man mit genügender Annäherung $\sqrt{\varphi + 1} = \frac{\varphi}{2} + 1$ setzen. Hieraus folgt, dass, wenn die Fliehkraft C' um φ_1 pCt. gröfser gefunden wird, als die dem

Gleichgewichtszustande zugehörige C, man die zum Aufsteigen des Regulators erforderliche Geschwindigkeit um $^1/_2\,\varphi_1$ pCt. gröfser annehmen kann als die Geschwindigkeit n für das Gleichgewicht ist. Man erspart in dieser Weise die wiederholte Construction der Pendelhöhe. Dieselbe Betrachtung gilt natürlich ebenso für die Ermittlung der Geschwindigkeit n'', bis zu welcher die Gleichgewichtsgeschwindigkeit n herabsinken muss, ehe ein Abfallen des Regulators erfolgen kann; findet man aus dem Kräfteplan eine hierzu gehörige Fliehkraft C'', welche um φ_2 pCt. kleiner ist, als für den Gleichgewichtszustand, so hat man anzunehmen, dass die dazu gehörende Geschwindigkeit des Regulators um $^1/_2\,\varphi_2$ pCt. kleiner ist als für den Gleichgewichtszustand.

Wenn man das Verhältnis $\frac{n'-n}{n}$ oder $\frac{n-n''}{n}$ bildet, so kann man dasselbe nach dem vorhergehenden etwa den Unempfindlichkeitscoëfficienten für den Leergang des Regulators nennen, d. h. für denjenigen Zustand, in welchem das Stellzeug ganz von dem Regulator abgehängt ist. Es leuchtet ein, dass die Vergröfserung $n'-n$ nicht merklich von der Verkleinerung $n-n''$ verschieden sein wird, und deswegen wird dieses Verhältnis für das Aufsteigen sehr nahe denselben Wert haben, wie für das Abfallen. Auch wird dieser Wert $\varepsilon_0 = \frac{n'-n}{n} = \frac{n-n''}{n}$ nur unbedeutend von der Stellung des Regulators abhängen, und wenn man daher diesen Wert ε_0 nur für eine, etwa die mittlere Lage des Regulators bestimmt und ihn für alle übrigen Lagen von derselben Gröfse annimmt, so wird man nur eine Ungenauigkeit in Kauf nehmen, welche kleiner ist, als die mit den Reibungscoëfficienten ohnehin verbundene. Was diesen für die Zapfenreibung anzunehmenden Reibungscoëfficienten anlangt, so wird man gut thun, denselben nicht zu klein zu wählen, insofern, als die Drehungsrichtung der einzelnen Scharnierzapfen nicht wie bei laufenden Wellen immer dieselbe ist, sondern die Scharnierbolzen fortwährend nach entgegengesetzten Richtungen um geringe Beträge gedreht werden, womit erfahrungsmäfsig ein baldiges Unrund-werden verbunden ist. Ein Wert gleich $^1/_8$ bis $^1/_{10}$ würde wohl in den meisten Fällen für den Reibungscoëfficienten angemessen sein, so dass man den Halbmesser des Reibungskreises zu $^1/_8$ bis $^1/_{10}$ von dem des betreffenden Zapfens annehmen kann. Es wird sich natürlich bei diesem geringen Durchmesser aus der Zeichnung nur dann ein zuverlässiges Resultat entnehmen lassen, wenn dieselbe in nicht zu kleinem Maſsstabe ausgeführt wird. Da man aber Regulatoren immer in natürlicher Gröſse aufzeichnen kann, so wird man auch immer hinreichend sichere Resultate dem Diagramme entnehmen können.

Für den Regulator in Fig. 20 ist die Construction durchgeführt und hat folgende Resultate ergeben. Bei einem Gewicht der Kugel von $G_k = 7^{\text{kg}}$, der halben Hülse von $H = 5^{\text{kg}}$, und unter Nichtberücksichtigung der Massen des Pendelarmes sowie der Hülsenstange ergiebt der Kräfteplan für den Gleichgewichtszustand die Gröſse der Fliehkraft zu $C = 8{,}25^{\text{kg}}$. Da das auf den Kugelschwerpunkt reducirte Gewicht $G = 7^{\text{kg}}$ ist, so folgt hierfür eine Pendelhöhe $h = 161{,}5^{\text{mm}}$, zu welcher der Tabelle entsprechend eine Umdrehungszahl in der Minute von $n = 74{,}4$ gehört. Mit Hilfe der Reibungskreise, für welche ein Reibungscoëfficient $f = {}^1/_8$ zugrunde gelegt worden, findet sich die Fliehkraft für das Aufsteigen $C' = 8{,}45^{\text{kg}} = 1{,}024\ C$ und die für das Abfallen zu $C'' = 8{,}05^{\text{kg}} = 0{,}976\ C$. Man hat daher die Veränderung der Centrifugalkraft im mittel gleich 2,4 pCt., so dass man die Veränderung der Geschwindigkeit zu 1,2 pCt. annehmen kann. Demgemäſs findet sich $n' = 1{,}012 \cdot 74{,}4 = 75{,}3$ und $n'' = 0{,}988 \cdot 74{,}4 = 73{,}5$ und der Unempfindlichkeitsgrad für den Leergang $E_o = 0{,}012 = 1^1/_5$ pCt.

Im Diagramm ist noch eine direkte Bestimmung der Pendelhöhen vorgenommen, und ergiebt sich dadurch für das Aufsteigen $h' = 157^{\text{mm}}$ entsprechend $u' = 75{,}4$ Umdr., für das Abfallen $h'' = 166{,}5^{\text{mm}}$ entsprechend $u'' = 73{,}4$ Umdr., also nahe übereinstimmend mit den zuerst gefundenen Werten.

Energie.

Man versteht in der Regel unter der *Energie* eines Regulators diejenige Kraft, welche die Hülse desselben bei ihrer auf- oder absteigenden Bewegung auf das Stellzeug ausübt. Eine derartige Angabe gewährt nur dann ein gewisses Urteil über die Wirksamkeit eines Regulators, wenn gleichzeitig angegeben wird, um wieviel die dem Gleichgewichtszustande zugehörige Geschwindigkeit sich verändert, wenn die gedachte Energie geäufsert wird, denn es ist klar, dass man bei jedem Regulator die von ihm auszuübende Zugkraft innerhalb gewisser Grenzen beliebig steigern kann, z. B. durch festeres Anziehen der Stopfbüchsen bezw. der Lager im Stellzeuge. Mit einer solchen Vergröfserung des im Stellzeuge auftretenden Widerstandes ist natürlich auch eine entsprechend vergröfserte Veränderung der Geschwindigkeit des Regulators von dem Werte n auf denjenigen n_1 oder n_2 verbunden, d. h. die *gröfsere Energie* wird eine *gröfsere Unempfindlichkeit* des Regulators im Gefolge haben. Demgemäfs hat man denn auch meistens die Energie so bestimmt, dass man ihrer Angabe die Voraussetzung einer ganz bestimmten Geschwindigkeitsänderung zugrunde legt. Es empfiehlt sich, die Energie eines Regulators unter Annahme einer *Aenderung der Gleichgewichtsgeschwindigkeit um 1 pCt. derselben* anzugeben, und es möge in dem folgenden die Energie auch so verstanden werden. Es soll indessen unter der Energie nicht die absolute von der Hülse auf das Stellzeug geäufserte Kraft, sondern das *Verhältnis dieser Zugkraft zu dem Constructionsgewichte* verstanden werden, welches in den *bewegten Massen* des Regulators enthalten ist. Hiernach ist die Energie eines *Regulators auch als diejenige Zugkraft der Hülse aufzufassen, welche unter Annahme einer Geschwindigkeitsänderung um 1 pCt. auf jedes Kilogramm der bewegten Regulatormasse entfällt.* Der Grund zu dieser Feststellung dürfte leicht aus der Betrachtung sich ergeben, dass bei zwei in ganz gleicher Art construirten

Regulatoren, für welche die Geschwindigkeiten und alle Elemente mit Ausnahme der Gewichte übereinstimmen, natürlich von dem schwerern eine gröſsere Energie zu erwarten sein muss, als von den leichteren. Will man daher überhaupt zwei verschiedene Regulatoren hinsichtlich ihrer **Wirkungsfähigkeit** mit einander vergleichen, so wird dies nur möglich sein, wenn man in jedem derselben diejenige Wirkung als Maſs annimmt, die von der **Einheit der in dem Regulator enthaltendem Masse ausgeübt wird**, umsomehr, als mit diesem Gewichte in der Regel auch der Preis in gewissem Verhältnisse steht. Man ersieht hieraus, dass die in vorstehend angegebener Art aufgefasste Energie gleichzeitig ein Maſs sein wird für das **Güteverhältnis des Regulators**, insofern als man natürlich einen Regulator für um so besser, d. h. seinem eigentlichen Zwecke der Stellzeugbewegung dienlicher, wird halten müssen, je gröſser unter sonst gleichen Umständen die zu dieser Bewegung dargebotene Kraft ist, welche man von jedem Kilogramme des Regulatorgewichtes erzielt.

Um diese Energie zu ermitteln, könnte man zu der um 1 pCt. vergröſserten Gleichgewichtsgeschwindigkeit aus der oben dafür mitgeteilten Tabelle die zugehörige Pendelhöhe h entnehmen und mit derselben und dem reducirten Schwunggewichte die Gröſse der Centrifugalkraft bestimmen, welche dann, in das Kräftepolygon eingeführt, die Bestimmung der von der Hülse ausgeübten Zugkraft gestattet. Dieser Weg ist aber etwas weitläufig, und man kann einfacher, wie folgt, zum Ziele gelangen. Man nimmt im Kräfteplane die von der Hülse ausgeübte Zugkraft z direkt um eine gewisse Gröſse, etwa um ein Kilogramm, gröſser an und bestimmt die hierzu erforderliche Fliehkraft. Gesetzt, man erhält hierfür eine Fliehkraft C_1, welche um α pCt. gröſser ist, als die zum Gleichgewichtszustand erforderliche Geschwindigkeit C, so entspricht nach dem früher bemerkten dieser Vergröſserung der Fliehkraft um α pCt. eine Zunahme der Geschwindigkeit um $^1/_2\ \alpha$ pCt. Man darf daher bei den geringen Aenderungen, um die es sich hier handelt, annehmen, dass einer Geschwindigkeitsänderung um 1 pCt. eine Zugkraft E zugehört, welche sich aus der Proportion

$$E : 1^{kg} = 1 \text{ pCt.} : \frac{\alpha}{2} \text{ pCt.}$$

zu $E = \frac{2}{\alpha}$ kg ergiebt.

Ist dann noch P das Gewicht der in den Pendeln und der Hülse (mit Anschluss der Stellzeuge und der Achse) enthaltenen Massen, so findet man die für je 1^{kg} dieser Massen bei 1 pCt. Geschwindigkeitsäufserung anzunehmende Zugkraft der Hülse oder die Energie

$$\eta = \frac{E}{P} = \frac{2}{\alpha P} \text{ kg.}$$

Diese letztere Bestimmung ist zwar nicht streng richtig; aber die Abweichung des gefundenen Resultates von der Wirklichkeit wird wegen der geringen Gröfse der Unempfindlichkeit bei allen brauchbaren Regulatoren immer so klein sein, dass eine Vernachlässigung derselben statthaft erscheint. Will man sich aber damit nicht begnügen, so hat man den zuerst angegebenen Weg einzuschlagen. Wenn man diese Bestimmung für verschiedene Stellungen des Regulators vornimmt, so wird man zwar im allgemeinen verschiedene Werte für die Energie erhalten; jedoch werden auch hier die Unterschiede so klein ausfallen, dass es in den meisten Fällen ausreichend erscheint, nur für eine, etwa die mittlere, Stellung des Regulators die Energie in vorgedachter Weise zu ermitteln.

Wenn für einen Regulator eine bestimmt vorgeschriebene Unempfindlichkeit $\frac{n_{,} - n}{n} = \varepsilon$ zugelassen werden soll, und die nach dem vorstehenden ermittelte Energie beträgt η^{kg}, so ist, wenn $\varepsilon_0 = \frac{n' - n}{n}$ den Unempfindlichkeitsgrad für den Leergang bedeutet, die von der Hülse auf das Stellzeug ausgeübte Kraft bestimmt. Es ist nach dem über die Reibungswiderstände in dem Regulator selbst oben gesagten deutlich, dass für die Erregung einer nutzbaren Hülsenzugkraft nur die Veränderung der Geschwindigkeit um die

Differenz $n_{\prime} - n' = (\varepsilon - \varepsilon_0)\, n$ mafsgebend sein kann, und dass daher von jedem Kilogramm der in dem Regulator enthaltenen bewegten Massen eine Zugkraft der Hülse zu erwarten ist, die durch $100\,\eta\,(\varepsilon - \varepsilon_0)$ oder durch $\eta\,(\varepsilon - \varepsilon_0)$ gegeben ist, wenn ε und ε_0 in Procenten ausgedrückt werden. Wenn daher die von dem Regulator geforderte auf das Stellzeug auszuübende Zugkraft Z^{kg} beträgt, so hat man das Gewicht der in dem Regulator unterzubringenden Massen zu $P = \frac{Z}{\eta\,(\varepsilon - \varepsilon_0)}$ anzunehmen, oder man darf bei einem Gewichte P dieser Massen eine Zugkraft der Hülse von $Z = P\,\eta\,(\varepsilon - \varepsilon_0)$ erwarten. Man erkennt hieraus den Einfluss, welchen die in dem Regulator selbst auftretenden Widerstände des Leerganges auf die Gröfse der Zugkraft der Hülse ausüben, und es ist deutlich, dass bei einer Nichtberücksichtigung dieser Widerstände in den analytischen Theorien die aus den letzteren gefolgerte Energie nicht diejenige Zugkraft bedeuten kann, die von der Hülse wirklich auf das Stellzeug ausgeübt wird. Zur Erläuterung der hier besprochenen Verhältnisse soll im folgenden noch ein Beispiel ausführlich behandelt werden.

Beispiel.

Als Beispiel ist der in Fig. 23, Textblatt 7, dargestellte Pröll'sche Regulator gewählt, zu welchem ich eine genaue Zeichnung der Güte des Erfinders, des Hrn. Dr. Pröll verdanke. Das Diagramm ist von mir in natürlicher Gröfse entworfen und für die Kräfte ein Mafsstab gewählt, nach welchem 1^{kg} durch 10^{mm} ausgedrückt ist. Auf dem Textblatte jedoch hat die Figur eine Verkleinerung im Verhältnisse 1 : 2 erfahren müssen. Der betreffende Regulator, für welchen von dem Erbauer eine Geschwindigkeit von 90 Umdr. angegeben wird, hat bei den in die Figur eingeschriebenen Armlängen ein Kugelgewicht von $10{,}5^{kg}$, und es beträgt die ganze Belastung der unteren Zapfen B durch die Urne und Hülse sowie den Stellhebel 27^{kg}, so dass für jede Hülsenstange eine Belastung $H = 13{,}5^{kg}$ anzunehmen ist. Das Gewicht der beiden Hängestangen berechnet sich nach den Mafsen zu $G_a = 0{,}9^{kg}$ und dasjenige des Pendelarmes BK zu $G_b = 1{,}2^{kg}$. Die Schwerpunkte S_a der doppelten Hängestange und S_b des Pendels wurden mittels bekannter in der Figur nicht wiedergegebener Hilfsconstructionen bestimmt, wonach die in D wirkende Componente G_{a_1} des Hängestangengewichtes zu $G_{a_1} = 0{,}4^{kg}$ angenommen werden kann. Hierauf wurde diese Componente G_{a_1} der Hängestange und das Gewicht G_b des Pendelarmes mit dem Kugelgewichte G_k in bekannter Weise zu der Mittelkraft $G = 12{,}1^{kg}$ zusammengesetzt. Diese Zusammensetzung ist für die höchste, die tiefste und die mittlere Lage des Regulators ausgeführt, und zwar wurde als die mittlere Lage diejenige angenommen, für welche die Hülse in der Mitte ihres im ganzen 60^{mm} grofsen Hubes befindlich ist. Die Pendelarme, von Zapfen bis Kugelmitte gerechnet, haben in diesen Stellungen nach der Zeichnung beiläufig die Abweichungen $35^0\,45'$, $22^0\,40'$ und $29^0\,40'$ von der Spindel.

Es wurden zunächst zur Ermittlung der auf die Kugelmitte reducirten Schwungmasse die beiden Kurven $A_1\,D_1\,G_1$ und $F_1\,E_1\,B_1$ gezeichnet, welche in ihren wagerechten Abständen von der Achse das Mafs für die verhältnismäfsigen Fliehkräfte darstellen, und zwar sind diese Kurven in der oben näher angegebenen Art mit Hilfe der beiden gestrichelten Linien $A_1\,D_2\,G_1$ und $F_1\,E_2\,B_1$ entworfen, welche letzteren Kurven die Verteilung der Massen in der Hängestange und dem Pendelarm angeben. Der für die Verzeichnung dieser Kurven gewählte Mafsstab ist gleichgiltig, sofern es sich doch nur um die Ermittlung der Höhenlage handelt, in welcher die resultirende Fliehkraft aller Massenteile der betreffenden Stange angreift. Die Lage dieser Fliehkräfte wurde durch die Schwerpunkte s_a und s_b der von den Kurven $A_1\,D_1\,G_1$ und $F_1\,E_1\,B_1$ bis zur Achse eingeschlossenen Flächenräume gefunden. Hiernach konnte die Bestimmung der auf den Kugelmittelpunkt K reducirten Schwungmasse, wie oben gezeigt, geschehen. Zu dem Ende wurde auf der Verticalen durch den Schwerpunkt S_b des Pendelarmes von der Horizontallinie durch B aus die Strecke $b_1\,b_2 = G_b$ abgetragen und dieselbe einer zweimaligen Verkleinerung unterworfen; zuerst erhält man wegen der verschiedenen Schwungradien das Gewicht $b_7 b_4$, und dieses wird dann wegen der verschiedenen Hebelarme in K und N nochmals durch die Gerade $B b_5$ auf die Strecke $b_7 b_8 = b_8 b_9$ verjüngt, welche letztere das reducirte Gewicht Q_b für den Pendelarm BK ergiebt. In gleicher Art ist auf der Senkrechten durch S_a die Strecke $a_1 a_2 = G_a$ gemacht, diese Strecke durch die Gerade $a_0 a_3$ auf den Schwunghalbmesser der Kugel reducirt und das so erhaltene Gewicht $a_1 a_4$ noch zweimal verkleinert. Die erste durch $A a_5$ erzielte Reduction im Verhältnisse der Hebelarme $A\,D$ und $A\,M$ entspricht dem Angriff in D und das hierfür erhaltene Stück $a_7 a_6$ wird durch die Gerade $b' a_8$ zu dem Gewichte $a_{10} a_9 = a_7 a_6 \frac{BO}{BK}$ verkleinert, welches das gesuchte reducirte Schwunggewicht Q_a der Hängestange vorstellt. Zu diesen Reductionen, welche aus dem Verlaufe der gestrichelten Linien hinreichend deutlich sind, wurde der Mafsstab für die Gewichte gröfser gewählt (1^{kg} gleich 50^{mm}), um hinreichende Genauigkeit zu erzielen. Die ganze in dem Mittelpunkte der Kugel anzunehmende Schwungmasse bestimmt sich hiernach zu

$$Q = G_k + Q_a + Q_b = 10{,}5 + 0{,}21 + 0{,}46 = 11{,}17^{kg}.$$

Um die Centrifugalkraft zu ermitteln, wurde zur Verzeichnung des Kräfteplanes die Strecke Ac von dem Aufhängepunkt A aus senkrecht abwärts gleich der Gewichtssumme $G = 10{,}5 + 0{,}4 + 1{,}2 = 12{,}1^{kg}$ angetragen und die Strecke cd gleich der Hülsenbelastung $13{,}5^{kg}$ angefügt. Die Wagerechte durch d schneidet dann die Mittellinie AD der Hängeschiene in e so, dass Ae die in der Hängeschiene auftretende Zugkraft vorstellt. Verbindet man den gefundenen Schnittpunkt e mit c, so erhält man in ec die Gröfse und Richtung der auf die Kugel wirkenden Mittelkraft aus dem Gewichte G und der Zugkraft der Hängeschiene. Diese Mittelkraft hat man durch den Schnittpunkt s_1 hindurchgehend anzunehmen, in welchem die Richtung der Hängeschiene von dem resultirenden Gewichte G getroffen wird. Die durch diesen Schnittpunkt parallel mit ec gezogene Gerade schneidet sich mit der durch den Kugelmittelpunkt K gehenden wagerechten Centrifugalkraft in dem Punkte s_2, durch welchen die Reaction des Hülsenzapfens B hindurchgehen muss. Man hat daher zur Bestimmung der Fliehkraft nur nötig, die Kraft ce wagerecht und in der Richtung $s_2 B$ zu zerlegen, was durch die Geraden fe und cf geschieht. In fe ist damit die Fliehkraft C gefunden. Die hier angegebene Construction ist für die höchste, mittlere und tiefste Lage des Pendels ausgeführt, und es ist dadurch gefunden

für die höchste Lage . . . . . . $C_o = f_o e_o = 23{,}85^{kg}$
» » mittlere » . . . . . . $C = fe = 20{,}43^{kg}$
» » tiefste » . . . . . . $C_u = f_u e_u = 16{,}9^{kg}$.

Diese Fliehkräfte wurden nun von den betreffenden Kugelmitten aus wagerecht gleich Kg angetragen, und in dem Endpunkte g in senkrechter Richtung die Gröſse des reducirten Schwunggewichtes $Q = 11{,}17^{kg}$ angefügt. Es ist dann nach dem vorbemerkten klar, dass die rechtwinkligen Dreiecke Kgq auf der Richtung der Achse $A_1 B_1$ die zugehörigen Pendelhöhen abschneiden. Das Diagramm ergiebt diese Höhen

für die höchste Stellung $i_o\, l_o = 104{,}2^{mm}$ entsprechend 92,7 Umdr.
» » mittlere » $i\, l = 107{,}3^{mm}$ » 91,3 »
» » tiefste » $i_u\, l_u = 108{,}2^{mm}$ » 90,9 »

Der untersuchte Regulator ist daher nahezu astatisch; sein Ungleichförmigkeitsgrad bestimmt sich zu

$$\frac{92{,}7 - 90{,}9}{91{,}3} = \frac{1{,}8}{91{,}3} = 0{,}0197 = \text{rd. } 0{,}02.$$

Um zu erkennen, welchen Einfluss die Gewichte der Arme und Hängestangen auf die Geschwindigkeit ausüben, ist auch der Kräfteplan ohne Berücksichtigung dieser Gewichte in der Figur mit punktirten Linien $A\,(c)\,(d)\,(f)\,(e)$ entworfen. Diese Zeichnung ergiebt für die mittlere Stellung eine erforderliche Fliehkraft $(C) = (f)\,(e) = 188^{kg}$. Mit derselben, welche von K aus gleich $K\,(g)$ angetragen worden ist, und dem Schwunggewichte $(g)\,(q) = G_k = 10{,}5^{kg}$ ist das rechtwinklige Dreieck $K\,(g)\,(q)$ gezeichnet, das auf der Achse die zugehörige Pendelhöhe $i\,(l) = 110^{mm}$ ergiebt, welcher eine Umdrehungsgeschwindigkeit von 90,2 Umdr. entspricht. Diese Zahl stimmt mit der von dem Erbauer des Regulators für denselben angegebenen also sehr nahe überein. Man ersieht aus dieser Untersuchung, dass die Massen der Pendelarme und Hängeschienen ihren Einfluss dahin äufsern, dass infolge derselben eine etwas gröfsere Geschwindigkeit nötig ist, als man bei einer Vernachlässigung dieser Gewichte erhält, wie eine solche Vernachlässigung bisher fast immer geschieht.

Um die von dem Regulator geäufserte Energie zu bestimmen, wurde in dem Kräfteplan an die Hülsenbelastung cd die Kraft gleich 1^{kg} abwärts und aufwärts in den Strecken dd_1 und dd_2 angetragen und für die mittlere Stellung des Regulators in der angegebenen Art die Fliehkraft C_1 und C_2 bestimmt. Es ergab sich für die letztere der Wert $C_1 = f_1\,e_1 = 21{,}47^{kg}$, wenn die Hülse auf das Stellzeug einen Zug nach oben auszuüben hat, während einem Drucke von 1^{kg} nach unten eine Fliehkraft $C_2 = f_2\,e_2 = 19{,}42^{kg}$ zugehört. Anstatt aus diesen Fliehkräften die zugehörigen Pendelhöhen und daraus die entsprechenden Geschwindigkeiten zu ermitteln, kann einfacher die zugehörige procentische Veränderung der mittleren Geschwindigkeit gleich der Hälfte von der procentischen Veränderung der Centrifugalkraft gesetzt werden. Hiernach erhält man die Vergröfserung der Geschwindigkeit für 1^{kg} Zugkraft zu

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21{,}47 - 20{,}43}{20{,}43} = 0{,}0255,$$

und die Verkleinerung der Geschwindigkeit für 1^{kg} Druck zu

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{20{,}43 - 19{,}42}{20{,}43} = 0{,}0247.$$

Es ist daher für 1^{kg} eine Veränderung der mittleren Geschwindigkeit erforderlich, die sich im mittel zu $0{,}025 = 2{,}5$ pCt. bestimmt, und hieraus folgt die für die Geschwindigkeitsänderung um 1 pCt. zu erwartende Energie zu $\eta = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4^{kg}$. Hiermit stimmt auch die Angabe des Erbauers überein, wonach der Regulator bei einer Aenderung der Geschwindigkeit um

$^1/_{50}$ oder 2 pCt. $1{,}5^{kg}$ Energie äufsern soll. Nach den aus dem Diagramm entnommenen Resultaten beziffert sich die Energie eines Pendels für 2 pCt. Geschwindigkeitsänderung zu $2 \cdot 0{,}4 = 0{,}8^{kg}$, also für beide Pendel des Regulators zusammen zu $1{,}6^{kg}$. Dass dieser Wert um etwas gröfser ist, als der vom Erbauer angegebene, erklärt sich ebenfalls aus der hier geschehenen Berücksichtigung der Massen der Arme.

Will man für den untersuchten Regulator die Energie in dem oben angegebenen Sinne, d. h. für je 1 Kilogramm der in Bewegung versetzten Massen und für 1 pCt. Geschwindigkeitsänderung, bestimmen, so hat man als die hier für jede Hälfte in Betracht kommende Masse das Gewicht $G_k + G_a + G_b + H = 10{,}5 + 0{,}9 + 1{,}2 + 13{,}5 = 26{,}1^{kg}$ einzuführen, und erhält hiermit nach dem vorherigen die Energie zu $\eta = \frac{0{,}4}{26{,}1} = 0{,}0153 = 15{,}3^{g}$.

Die hier gefundene Energie schliefst natürlich die zur Ueberwindung der Reibungswiderstände des Regulators nötige Kraft in sich ein und darf nach dem darüber bemerkten nicht als die von dem Regulator auf das Stellzeug ausgeübte Wirkung betrachtet werden.

Um auch diese Reibungswiderstände des Regulators zu finden, sind in den Kräfteplan der mittleren Stellung noch die Reactionsrichtungen der Hängestange gestrichelt eingetragen, und zwar sind für diese Richtungen die beiden sich kreuzenden Tangenten $\alpha\alpha$ und $\delta\delta$ an die Reibungskreise der Zapfen A und D angenommen, so zwar, dass $\alpha\alpha$ für die aufsteigende Bewegung und $\delta\delta$ für das Abfallen der Regulators gilt, wie man leicht aus dem Drehungssinne der Zapfen A und D bei diesen Bewegungen erkennt. Der mit diesen Druckrichtungen gefundene Durchschnitt der auf den Pendelarm wirkenden Mittelkraft und der Centrifugalkraft fällt sehr nahe mit dem Schnittpunkte s_2 zusammen, und daher ist die Reactionsrichtung für den Zapfen B in der von s_2 aus an den Reibungskreis dieses Zapfens gelegten Tangente anzunehmen. Von den beiden möglichen Tangenten gilt diejenige $s_2\beta$ für die steigende und $s_2\gamma$ für die abfallende Bewegung. Für den Entwurf der Reibungskreise wurde ein Reibungscoëfficient $f = {}^1/_{12}$ zugrundegelegt, so dass bei der Zapfenstärke von 12^{mm}, wie sie für den Regulator gewählt worden, ein Durchmesser der Reibungskreise von 1^{mm} sich ergiebt. Das Diagramm liefert auf diese Weise die Fliehkraft für die aufsteigende Bewegung

$$C' = f' e' = 20{,}7^{kg} = 1{,}013\, C,$$

und für das Abfallen

$$C'' = f'' e'' = 20{,}13^{kg} = 0{,}985\, C.$$

Hieraus folgt, dass die Veränderung der Geschwindigkeit, welche durch die eigenen Widerstände des Regulators bedingt wird, ehe überhaupt eine Kraft auf das Stellzeug ausgeübt werden kann, ${}^1/_2 \cdot 0{,}013\, n = 0{,}0065\, n$ für das Aufsteigen und ${}^1/_2 \cdot 0{,}015\, n = 0{,}0075\, n$ für das Abfallen, also im mittel 0,7 pCt. der normalen Geschwindigkeit beträgt. Es geht daher hieraus hervor, dass bei der erwähnten Geschwindigkeitsänderung um 2 pCt. die auf das Stellzeug ausgeübte Kraft zu

$$(\varepsilon - \varepsilon_0)\, P \cdot \eta = (2 - 0{,}7)\; 2 \cdot 26{,}1 \cdot 0{,}0153 = 1{,}04^{kg}$$

sich berechnet, und dass für eine verlangte Zugkraft von 1,5 eine Geschwindigkeitsänderung von $0{,}7 + \frac{1{,}5}{2 \cdot 26{,}1 \cdot 0{,}0153}$ $= 2{,}57$ pCt. erforderlich ist. Dieses Resultat spricht für sich deutlich genug, und man erkennt hieraus, dass es wohl nicht zu billigen ist, wenn man die Vernachlässigung der Reibungswiderstände mit dem unbedeutenden Einflusse derselben zu rechtfertigen sucht. Es darf ja nur darauf hingewiesen werden, dass bei Zapfen, deren Stärke im Verhältnisse zu den Armlängen größer sind, als hier der Fall, und bei einem infolge unrund gewordener Zapfen größer, als hier vorausgesetzt, gewordenen Reibungscoëfficienten auch der Einfluss der Reibungswiderstände entsprechend stärker hervortreten muss.

Das Diagramm hat also auf alle für den praktischen Techniker wichtigen Fragen in einfacher und kaum misszuverstehender Weise Aufschluss gegeben, und es dürfte eine weitere Behandlung hier unnötig sein.

Die vorstehende Arbeit ist teilweise in der Absicht geschrieben worden, um durch dieselbe den Beweis dafür zu liefern, dass die graphische Methode doch wohl in vielen Fällen etwas mehr ist, als ein bloſses Unterrichtsmittel zur *Veranschaulichung*, dessen Wert hauptsächlich nur ein erziehlicher und für die praktische Verwendung geringer sei. Die Ansicht, welche ich an einer anderen Stelle[1]) geäuſsert habe, nämlich die, »dass die technischen Hochschulen wohl daran thun würden, in ihre Lehrprogramme die Disciplin einer *graphischen Maschinenlehre* aufzunehmen«, hat, wie zu erwarten war, mehrfach zu Widersprüchen veranlasst, in welcher Beziehung hier auf die Berichte in der Z. 1885 No. 14 S. 274 u. No. 16 S. 309 verwiesen werden kann. Gern stimme ich Hrn. *Grove* bei, dass die Ermittelungen von Achsenstärken usw. durch die zu dem Zwecke zu entwerfenden Diagramme unzweckmäſsig genannt werden müssen. Gerade diese Diagramme für Wellen, Kurbeln und Traversen, bei deren Anwendung man, wie Hr. *Grove* ganz richtig bemerkt, zur Bestimmung einer einzigen Dimension alle anderen mitbestimmen muss, sind ganz geeignet, die graphische Methode in Misscredit zu bringen. Dasselbe kann meistens inbezug auf die geometrische *Construction von analytisch entwickelten Formeln* gesagt werden, wie sie zuweilen beliebt wird. Dieser Weg des *graphischen Rechnens* bietet kaum jemals Vorteile vor der numerischen Berechnung dar; in ihm ist auch nicht das eigentliche Wesen der graphischen Methode zu erkennen. Dieselbe schlägt vielmehr den geradezu entgegengesetzten Weg ein, wie ihn schon *Poncelet* bei der Behandlung des Erddruckes gewiesen hat. Nicht darum handelt es sich, eine durch die Rechnung ermittelte Formel geometrisch zu construiren, sondern darum, das Diagramm direkt zu entwerfen und daraus die Formel, wenn man eine solche einmal haben will, abzulesen. Dies ist in den meisten Fällen sehr einfach und erfordert in der Regel nur die Kenntnis der einfachsten trigonometrischen

[1]) Z. 1884 S. 925.

Grundregeln. Ich habe dies in meiner *graphischen Theorie der Turbinen* gethan, und es würden sich auch aus dem vorstehenden Aufsatze die betreffenden Formeln für die Regulatoren ohne besondere Schwierigkeiten aus den Diagrammen entnehmen lassen.

Es ist gesagt worden, »dass bei den meisten Aufgaben der rechnerische Weg, den der Techniker, ganz abgesehen davon, dass er in der Regel auch Geschäftsmann zu sein hat, jedenfalls vollständig beherrschen *muss*, rascher zum Ziele führt usw.«. Es wird niemand leugnen, dass in vielen Fällen der rechnerische Weg der rascher zum Ziele führende ist, und es bedarf wohl als eine selbstverständliche Sache gar keiner weiteren Erörterung, dass der rechnerische Weg an den technischen Hochschulen ganz gründlich gewiesen werden muss. Was aber die vollständige Beherrschung dieses Weges anbetrifft, so würde die Antwort auf die Frage wohl von Interesse sein, wie viele von den in der Praxis stehenden Technikern mit akademischer Bildung, besonders, wenn sie auch Geschäftsleute sind, den rechnerischen Weg so vollständig beherrschen, dass sie beispielsweise die Verhältnisse der Regulatoren verschiedenster Construction auch ohne Berücksichtigung der Massen der Arme und der Gelenkwiderstände rasch, d. h. ohne vorhergehendes zeitraubendes Studium der Litteratur, analytisch zum Ausdrucke bringen können. Ob es unter diesen Technikern auch einen geben würde, welcher den Einfluss der Arme und Gelenkreibungen ebenfalls in Rechnung bringen kann, erscheint wohl zweifelhaft, da es meines Wissens bisher der Geschicklichkeit der Analytiker noch nicht gelungen ist, diese Verhältnisse überhaupt, geschweige denn in so rascher Weise zu berücksichtigen, wie es durch die wenigen Linien in den vorstehend angegebenen Diagrammen geschehen ist. Und alle diese Techniker haben in ihren Studienjahren auf der Hochschule der rechnerischen Methode viel Zeit, Mühe und Aufmerksamkeit gewidmet, einer Methode, zu deren Handhabung ihnen in ihrer späteren Thätigkeit in sehr vielen Fällen die nötige Fertigkeit abhanden kommt, einfach deswegen, weil es ihnen an der fortwährenden Uebung in analytischen Operationen gebricht. Sollte angesichts dieser Verhältnisse nicht die Frage angezeigt erscheinen, ob es nicht im Interesse der studirenden Jugend und daher auch der ganzen Technik zweckmäſsiger sein möchte, bei dem Unterrichte mit gröſserem Nachdrucke, als bisher geschehen ist, gerade solche Methoden zu verwenden, deren Anwendung in der späteren Praxis nicht jener gedachten Schwierigkeit unterworfen ist? Eine solche Methode ist doch aber gewiss die graphische, da die meisten Techniker während ihrer praktischen Thätigkeit vielfach mit Zeichnen beschäftigt sind, jedenfalls in viel höherem Grade als mit analytischen Rechnungsoperationen. Gerade die Verwendung solcher Methoden beim Unterrichte würde in vielen Fällen auch zu einer erheblichen Ersparnis an Zeit und zu einer so wünschenswerten Entlastung der überbürdeten Studirenden führen, wenn man sich nur entschlieſsen wollte, solche Sachen als unnützen Ballast aufzugeben, die für den späteren praktischen Techniker doch ohne Wert sind. Solcher Dinge würde man wohl eine erkleckliche Anzahl auffinden können.

Man hat ferner angeführt:

»Die graphischen Methoden erfordern stetige Uebung und groſse zeichnerische Genauigkeit, während man bei einer richtig abgeleiteten Formel keine Gefahr laufe.« Allerdings zeichnen, und zwar genau zeichnen, muss der Techniker können, ebenso wie man bei numerischen Rechnungen zu addiren, und zwar richtig zu addiren, verstehen muss. Dann aber ist es gewiss keine Frage, dass der Techniker auf dem Reiſsbrette viel weniger Gefahr laufen wird, als bei der Ableitung und Anwendung einer Formel, denn der Techniker hat jedenfalls für den Durchschnitt von zwei Linien ein bestimmteres Urteil, als z. B. für die Convergenz einer Reihe. Auch die beschränkte Genauigkeit der Diagramme, gegenüber den numerischen Ermittelungen, welche letzteren man ja auf beliebig viele Decimalstellen ausdehnen kann, hat man zum Vorwurfe gemacht. Gerade diesen Umstand sollte man indessen als einen ganz besonderen Vorzug der graphischen Methode ansehen, denn dieselbe gewährt gerade die notwendige, aber keine überflüssige und daher schädliche Genauigkeit. Was nützt bei der Ermittelung von Abmessungen auszuführender Gegenstände ein auf viele Decimalstellen ausgerechnetes Resultat, wenn die Ausführung vielleicht schon in der zweiten Stelle unsicher ist? Dass derartige nur scheinbare Genauigkeit nicht immer blos überflüssig ist, sondern unter Umständen recht schädlich werden kann, dafür liefern unter anderen die Tabellen der Blechstärken einen recht deutlichen Beleg, welche dem früheren preufsischen Kesselregulative beigegeben waren. Diese Tabellen gaben die Stärken in Zollen auf drei Decimalstellen, also bis auf $^1/_{40}{}^{mm}$, an, während man dem Walzwerke inbetreff der Blechdicken doch einen Spielraum meistens von mehreren Procenten gewähren muss. Die dritte Decimale in diesen Tabellen mag für manchen Kesselfabrikanten verhängnisvoll gewesen sein, wenn die dem abnehmenden Beamten in Sechzehnteln eines Zolles angegebene Blechstärke bei der Umrechnung in einen Decimalbruch etwa in der dritten Stelle sich als nicht genügend erwies. Auch sonst sind Fälle übergrofser Genauigkeit in den durch Rechnung ermittelten Angaben nicht selten, bei der Anwendung graphischer Methoden sind sie aber nicht denkbar. Solche Erwägungen haben mich veranlasst, die Einführung einer graphischen Maschinenlehre als wünschenswert hinzustellen.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 45/46.

Tafel 1.

nn:

Centrifugalregula

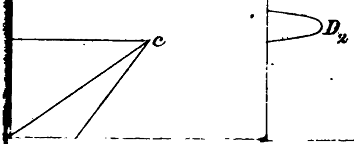
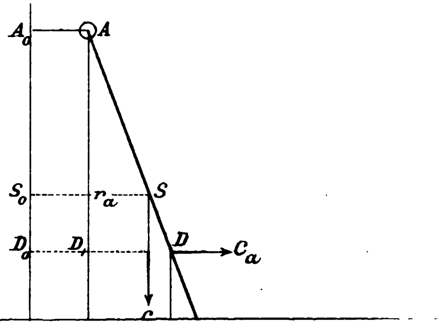


Fig. 14.



Tafel 2.

Die graphische Ur

Fig. 17. $\frac{1}{2}$ n. Gr.

1kg = 10mm